

# UN ANÁLISIS COMPARADO DE VOLATILIDAD PARA LOS ÍNDICES BURSÁTILES DE MADRID Y NUEVA YORK\*

**OSCAR BAJO RUBIO**

*UNED e Instituto de Estudios Fiscales*

**FERNANDO FERNÁNDEZ RODRÍGUEZ**

*Universidad de Las Palmas de Gran Canaria*

**ANTONIO MORA SÁNCHEZ**

*Universidad de Alcalá de Henares*

**SIMÓN SOSVILLA-RIVERO**

*FEDEA y Universidad Complutense de Madrid*

“Octubre es uno de los meses particularmente peligrosos para especular en bolsa. Los otros meses peligrosos son julio, enero, septiembre, abril, noviembre, mayo, marzo, junio, diciembre, agosto y febrero”.

Mark Twain, *Puud' nhead Wilson*.

**D**urante los últimos años se viene registrando un creciente interés acerca del grado de volatilidad que experimentan los mercados financieros en general y los bursátiles en particular. La preocupación por dicha volatilidad surge fundamentalmente de sus posibles repercusiones sobre la actividad económica nacional y sobre los flujos internacionales de activos financieros. Las fluctuaciones en los mercados financieros pueden afectar al sector real de la economía a través tanto de la riqueza neta de las empresas, como de su capacidad de endeudamiento [véase, por ejemplo, Gertler (1988)]. En efecto, la evidencia empírica e histórica parece sugerir que las fluctuaciones en los mercados financieros pueden tener un importante impacto en las decisiones de inversión de las empresas [véase, por ejemplo, Bernanke (1983)], particularmente en las pequeñas empresas, lo que podría afectar de manera significativa a la actividad económica global.

Por otra parte, de la misma manera que los inversores diversifican sus carteras tomando posiciones en activos representativos de diversos sectores, pueden también obtener ganancias adicionales diversificando sus tenencias de activos

---

\* Este trabajo se enmarca dentro del proyecto PB92-0909 de la DGICYT. Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de dos evaluadores anónimos, así como la asistencia informática de Juan Martín González.

entre países, lo que les permitiría reducir el riesgo [véanse, por ejemplo, Solnik (1974) y Grauer y Hakkansson (1987)]. La elevada volatilidad en los mercados financieros puede crear distorsiones en este proceso de asignación internacional de activos.

En general, y desde una perspectiva de largo plazo, la evidencia disponible no parece confirmar que se haya producido una tendencia al aumento de la volatilidad en los mercados de valores a lo largo del último siglo, como sostienen, entre otros, Jones y Wilson (1989), Becketti y Sellon (1989) y Fortune (1989). Se llega a afirmar, incluso, que la volatilidad en el mercado de valores durante la década de los ochenta habría sido inferior a la registrada en los años treinta [véase Shiller (1989)].

Tomando como referencia un período temporal más limitado, sí parece confirmarse que la volatilidad se habría elevado considerablemente durante la década de los setenta y especialmente en los años ochenta, si bien en este último caso pudiera suceder que la volatilidad media en los mercados de valores de los países de la OCDE se hubiera incrementado debido al efecto de períodos transitorios de volatilidad muy alta pero que, una vez superados éstos, la volatilidad habría retornado a niveles habituales, más reducidos [véase Kupiec (1991)].

Existen distintos enfoques que intentan explicar el comportamiento de la volatilidad en los mercados de valores. El primero de ellos destacaría el papel de las variables económicas fundamentales que determinan los precios de los valores a la hora de explicar la volatilidad a largo plazo. Un segundo enfoque subrayaría el papel desempeñado por los mecanismos de mercado y las innovaciones tecnológicas introducidas en los mercados de valores en la explicación de la volatilidad a corto plazo o día a día. Por último, se ha señalado también la influencia de los factores psicológicos sobre el comportamiento de los inversores en el mercado, lo que afectaría a la evolución de la volatilidad y podría constituir un elemento desencadenante y potenciador de burbujas especulativas.

En el primer caso, y si bien de acuerdo con la teoría de los mercados eficientes las variaciones en los precios de los títulos deberían reflejar los cambios en las variables fundamentales de las que aquéllos dependen (principalmente el valor descontado o presente de los dividendos futuros esperados y la prima de riesgo), la evidencia disponible no ha encontrado una correlación elevada entre la evolución de la volatilidad y la de las variables fundamentales [véase Schwert (1989)].

En relación con los mecanismos de mercado y las innovaciones tecnológicas como posibles factores causantes de las tendencias recientes en la volatilidad, se ha destacado el papel desempeñado por los mercados de índices de futuros (introducidos para el caso de las acciones en 1982), la negociación mediante programas para el arbitraje entre mercados al contado y a futuros y las estrategias de seguro de cartera. La Comisión del Informe Brady (1988) destacó la importancia de estos elementos en el comportamiento de la volatilidad durante el *crash* de octubre de 1987, si bien en este caso la evidencia tampoco parece concluyente [véase Miller (1991)].

A la hora de evaluar la volatilidad de una serie temporal se suelen considerar habitualmente medidas tales como la desviación típica o el coeficiente de variación. No obstante, durante la pasada década ha ido ganando importancia la idea

de que la volatilidad puede descomponerse en dos componentes, uno predecible y otro impredecible, lo que ha dado lugar a la aparición de diversos modelos de volatilidad condicionada en series temporales económicas.

Los modelos ARCH propuestos por Engle (1982) reconocen explícitamente la diferencia entre las varianzas condicional e incondicional, de manera que la primera cambiaría a lo largo del tiempo en función de los errores pasados del modelo. A su vez, Bollerslev (1986) generaliza los modelos ARCH mediante la introducción de retardos en la evolución de las varianzas, lo que se corresponde con algún tipo de mecanismo adaptativo de aprendizaje dentro del modelo, dando lugar a los denominados modelos GARCH.

Por otra parte, Maravall y Bentolila (1986) consideran que la volatilidad de una serie temporal se relaciona más con la incertidumbre que genera que con la magnitud de las fluctuaciones de dicha serie recogidas por la varianza, proponiendo así una medida alternativa de volatilidad relativa asociada con el concepto de impredecibilidad.

Desde esta perspectiva, el objetivo de este trabajo es el de aplicar algunas medidas alternativas de volatilidad, basadas en la literatura sobre el caos determinista, a los índices de cotización bursátil de Madrid y Nueva York, utilizando datos diarios correspondientes al período enero 1968-mayo 1992. De este modo, en la Sección 1 se realiza un breve repaso de las medidas de volatilidad empleadas, presentándose en la Sección 2 los resultados obtenidos de su aplicación a los índices bursátiles analizados. Por último, en la Sección 3 se ofrecen unas breves consideraciones finales.

## 1. MEDIDAS ALTERNATIVAS DE VOLATILIDAD

Las medidas de volatilidad empleadas en este trabajo se basan en la impredecibilidad de una serie temporal y parten del concepto de espacio de fases.

Dada una serie temporal  $X_t$  ( $t=1, 2, \dots, T$ ), el teorema de Takens (1981) establece que su inmersión en un espacio de fases  $R^M$  formado por el conjunto de todas las  $M$ -uplas posibles de términos consecutivos de la serie

$$X_t^M = (X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-M+1}), \quad t = M, M+1, M+2, \dots \quad [1]$$

(que suelen denominarse  $M$ -historias), permite recrear la dinámica de la serie para un  $M$  suficientemente elevado, al indicar pautas de comportamiento de la misma. La proximidad de dos  $M$ -historias en el espacio de fases permite hablar de "situaciones análogas" en la serie objeto de estudio.

De este modo, a la hora de evaluar el comportamiento futuro de la serie, podría compararse la evolución seguida a lo largo del tiempo por dichas  $M$ -historias a partir de unas determinadas condiciones iniciales. El grado de divergencia, dentro del espacio de fases, de las trayectorias seguidas por una  $M$ -historia y sus  $M$ -historias más cercanas nos daría un indicador de la volatilidad de dicha  $M$ -historia. Este grado de divergencia se mide habitualmente en aplicaciones empíricas a través de los exponentes de Lyapunov, de manera que un exponente de Lyapunov positivo indicaría divergencia en el transcurso de un período de tiempo pequeño de las trayectorias de esas  $M$ -historias suficientemente próximas en el espacio de fases, mientras que uno negativo señalaría convergencia [véase Peters (1991)].

Existe un exponente de Lyapunov para cada dimensión del espacio de fases. Desde un punto de vista intuitivo y práctico, tiene especial importancia el máximo exponente de Lyapunov del sistema,  $L_1$ . Su significado es inmediato: si dos M-historias  $X^M_1$  y  $X^M_2$  se encuentran inicialmente situadas a una distancia  $d_0$  suficientemente pequeña, su divergencia a corto plazo evolucionará de la siguiente manera [véase Granger y Teräsvirta (1993)]:

$$d_t \simeq d_0 2^{L_1 t} \quad [2]$$

El algoritmo de Wolf [desarrollado por Wolf, Swift, Swinney y Vastano (1985)], permite el cálculo del máximo exponente de Lyapunov en aplicaciones empíricas.

Ya que el máximo exponente de Lyapunov es un indicador de la pérdida de potencia en el poder predictivo del sistema, su inversa podría ser considerada como un estimador del horizonte determinista de predicción (es decir, aquel intervalo de tiempo a partir del cual es imposible realizar predicciones deterministas sobre la evolución futura del sistema). Así pues, cuanto mayor fuese el horizonte determinista de predicción, menor sería la volatilidad (impredecibilidad) de la serie estudiada.

Alternativamente, podríamos considerar una medida individualizada de volatilidad asociada a cada observación de la serie. Dicha volatilidad *local* estaría asociada al grado de impredecibilidad de la observación considerada a partir de observaciones anteriores, y se evaluaría en términos de los errores de predicción obtenidos sobre la base de algún sistema de predicción adecuado para la serie temporal objeto de análisis.

De entre la amplia gama de posibles sistemas de predicción no paramétricos, hemos elegido un predictor lineal autorregresivo estimado localmente. Su principio básico consistiría en realizar predicciones sobre una determinada situación atendiendo a otras situaciones análogas ocurridas en el pasado, que se promediarían posteriormente. Tal principio se basa en la posibilidad de obtener, dada una serie, un valor de la dimensión de inmersión M del espacio de fases a partir de la cual la trayectoria de  $X^M_t$  adquiere, a corto plazo, características deterministas [véase Takens (1981)].

De esta forma, del conjunto de M-historias formadas a partir de los términos consecutivos de la serie  $X_t$ , centraríamos nuestra atención tan sólo en la última disponible

$$X^M_N = (X_N, X_{N-1}, X_{N-2}, \dots, X_{N-M+1}) \quad [3]$$

de manera que su evolución futura pudiera predecirse por comparación con la evolución de k M-historias de la serie temporal:

$$X^M_{J_1}, X^M_{J_2}, X^M_{J_3}, \dots, X^M_{J_k},$$

más similares a la  $X^M_N$ , es decir aquellas que minimizan la distancia euclídea  $|X^M_N - X^M_{J_j}|$  en el espacio de fases considerado.

En particular, podemos considerar un modelo autorregresivo con coeficientes variables en el tiempo:

$$\hat{X}_{N+1} = a_0(t) X_N + a_1(t) X_{N-1} + \dots + a_{M-1}(t) X_{N-(M-1)} + a_M(t) \quad [4]$$

cuyos coeficientes se obtendrán mediante una regresión mínimocuadrática de las variables  $X_{J_j+1}$  sobre las variables  $X_{J_j}, X_{J_j-1}, \dots, X_{J_j-(M-1)}$ .

Existen diversos criterios para la elección óptima tanto del parámetro  $M$  (o dimensión de inmersión), como del número de puntos próximos  $k$ , en función del número de observaciones disponibles, de la dimensión de correlación, etc. En este trabajo hemos utilizado el algoritmo de Casdagli (1991), donde  $M$  y  $k$  se eligen minimizando los errores de predicción en las últimas observaciones de la serie, obteniéndose en nuestro caso una dimensión de inmersión  $M=7$  y un número de puntos próximos igual al 3 por ciento de las observaciones de la serie.

De esta forma, nuestra medida de volatilidad local asociada con la observación  $X_{N+1}$  [ $V(X_{N+1})$ ] vendría dada por el valor absoluto del cociente entre el error de predicción lineal autorregresivo estimado localmente en  $X_N$  y la desviación típica de las observaciones anteriores a  $X_{N+1}$  ( $\sigma_N$ ):

$$V(X_{N+1}) = |X_{N+1} - \hat{X}_{N+1}| / \sigma_N \quad [5]$$

donde  $\sigma_N$  (que puede interpretarse como la distancia promedio entre las observaciones muestrales y la media muestral para  $X_1, X_2, \dots, X_N$ ) se introduce como un factor de normalización para la distancia entre la observación de  $X_{N+1}$  y su predicción.

## 2. RESULTADOS EMPÍRICOS

Las medidas de volatilidad presentadas en la Sección anterior se han aplicado a dos índices de cotizaciones bursátiles: el Índice General de la Bolsa de Madrid y el Índice Standard & Poor's 500 de la Bolsa de Nueva York. Nótese que, aunque en el caso de la Bolsa de Nueva York el índice más conocido es el Dow Jones, este índice ha sido objeto de numerosas críticas debido a su carácter de media simple de 30 valores industriales. Por ello, en este trabajo utilizamos el índice Standard & Poor's 500, que permite un seguimiento más completo de dicho mercado al ponderar un conjunto de 500 valores, tanto industriales como no industriales, de acuerdo con su capitalización respectiva [véase, por ejemplo, Fortune (1989)].

Utilizaremos datos diarios correspondientes al cierre de la sesión, para el período comprendido entre enero de 1968 y mayo de 1992. Dado que durante el citado período se registró la crisis de 19 de octubre de 1987, que produjo una intensa conmoción en los mercados mundiales de valores, hemos calculado dichas medidas antes y después de esa fecha con objeto de evaluar las repercusiones del *crash* sobre la volatilidad de las series analizadas.

Respecto a la medida de volatilidad global, hemos calculado los máximos exponentes de Lyapunov para diversos valores de los parámetros del algoritmo de Wolf, tomando finalmente su valor medio. Los resultados obtenidos se presentan en el Cuadro 1, mientras que en el Cuadro 2 se muestran las inversas de dichos exponentes, que proporcionan una estimación del horizonte determinista de predicción en días.

De los Cuadros 1 y 2 parece desprenderse que el grado de volatilidad (impredecibilidad) global habría disminuido en ambas bolsas tras el *crash* de octubre de 1987. Por otra parte, dicha volatilidad habría sido más elevada en la Bolsa de Madrid que en la de Nueva York, tanto antes como después del *crash*.

Los Gráficos 1 y 2 presentan en el eje de ordenadas nuestra medida de volatilidad local recogida en la expresión [5], para el Índice General de la Bolsa de Madrid y el Índice S&P 500 de la Bolsa de Nueva York, respectivamente. En

Cuadro 1: MÁXIMOS EXPONENTES DE LYAPUNOV

	Antes del <i>crash</i>	Después del <i>crash</i>
Índice General	0,0775	0,0545
Índice S&P 500	0,0678	0,0499

Cuadro 2: HORIZONTES DETERMINISTAS DE PREDICCIÓN (en días)

	Antes del <i>crash</i>	Después del <i>crash</i>
Índice General	12	18
Índice S&P 500	14	20

el eje de abscisas se representa el tiempo, correspondiendo cada una de las unidades a un intervalo temporal de cinco observaciones consecutivas (cinco días). Asimismo, en los gráficos se presentan los resultados correspondientes a cincuenta observaciones anteriores y posteriores al episodio considerado.

Como cabría esperar, es el Índice S&P 500 el que experimentaría una mayor volatilidad el día 19 de octubre de 1987, si bien el índice de Madrid registró también un gran incremento en el indicador de volatilidad local en la fecha indicada.

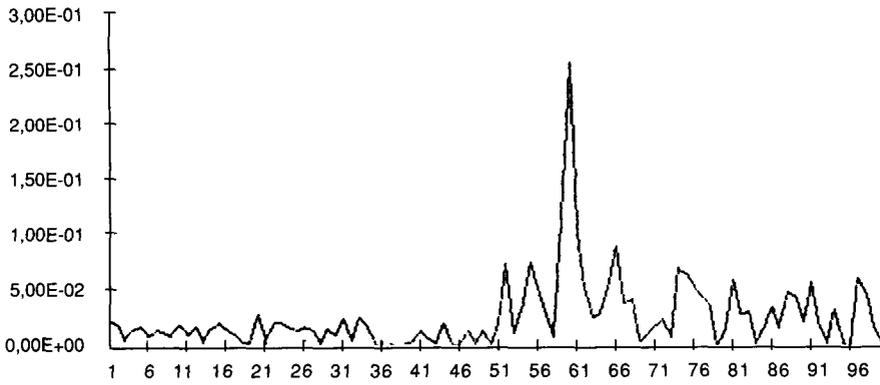
Un segundo episodio de inestabilidad en los mercados financieros internacionales se produjo el día 13 de octubre de 1989. Hemos aplicado nuestra medida de volatilidad local a dicho episodio, conocido como el *mini crash*, mostrándose los resultados obtenidos en los Gráficos 3 y 4, similares a los Gráficos 1 y 2. De nuevo, la volatilidad registrada en el mercado neoyorquino es superior a la del mercado madrileño.

A la hora de interpretar estos resultados cabría recordar en primer lugar, que la elevación de la volatilidad a corto plazo en los mercados de valores que culminó en el *crash* de octubre de 1987 se relacionó, además de con la posibilidad de que se hubiese producido una burbuja especulativa, con la introducción de innovaciones tecnológicas en el mercado, de entre las que destacan principalmente tres: la aparición de los mercados de índices de futuros, la negociación mediante programas para arbitrar entre los mercados al contado y a futuros, y las estrategias de seguros de cartera.

Con posterioridad al *crash*, los informes realizados sobre el comportamiento del mercado y la volatilidad en aquellas fechas, recogidos en Kamphuis, Kormendi y Watson (1989), ofrecieron una serie de propuestas orientadas a la reforma del mercado norteamericano, con objeto de reducir en el futuro su componente de

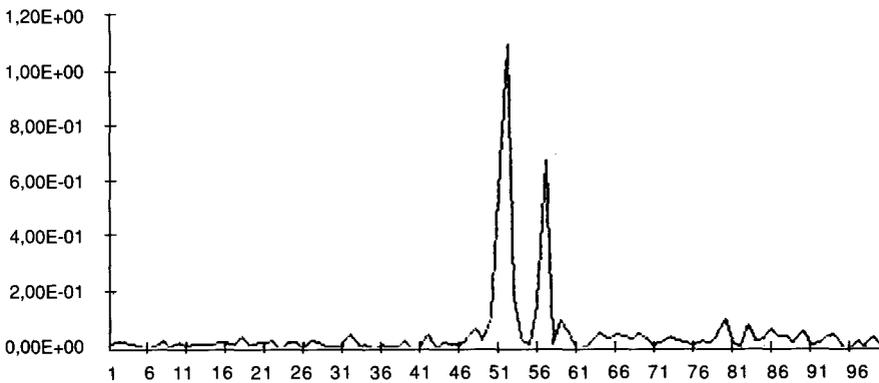
---

**Gráfico 1: MEDIDA DE VOLATILIDAD LOCAL PARA EL ÍNDICE GENERAL DE LA BOLSA DE MADRID EN OCTUBRE DE 1987**



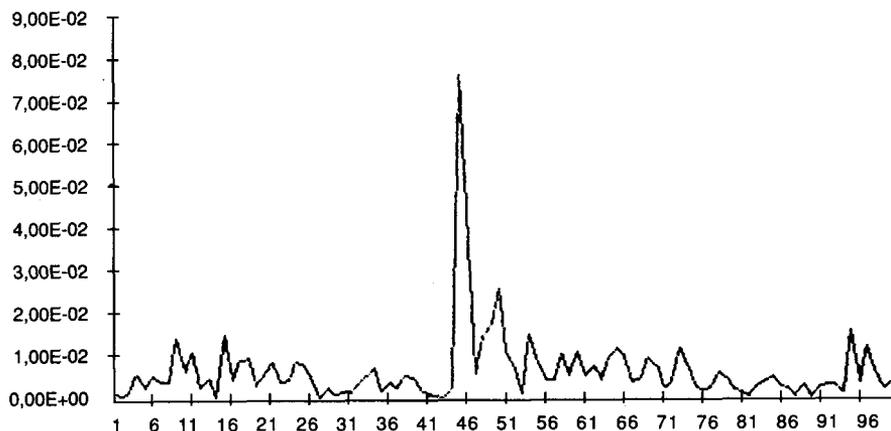

---

**Gráfico 2: MEDIDA DE VOLATILIDAD LOCAL PARA EL ÍNDICE S&P 500 DE LA BOLSA DE NUEVA YORK EN OCTUBRE DE 1987**



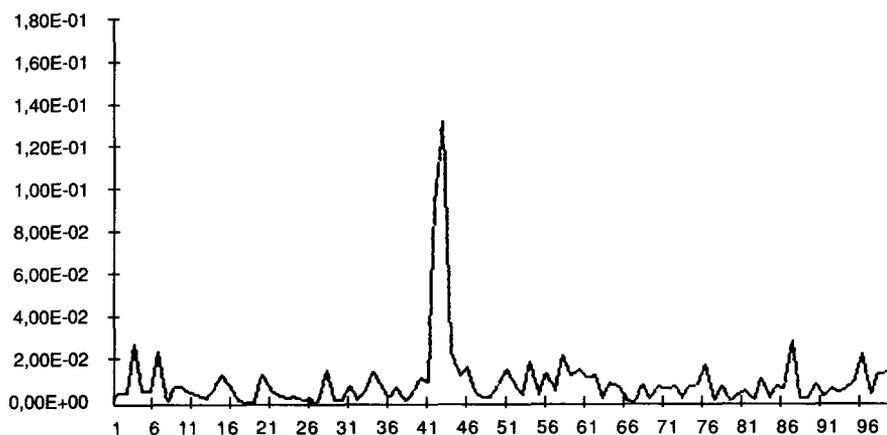
---

**Gráfico 3: MEDIDA DE VOLATILIDAD LOCAL PARA EL ÍNDICE GENERAL DE LA BOLSA DE MADRID EN OCTUBRE DE 1989**



---

**Gráfico 4: MEDIDA DE VOLATILIDAD LOCAL PARA EL ÍNDICE S&P 500 DE LA BOLSA DE NUEVA YORK EN OCTUBRE DE 1989**



volatilidad relacionado con sus mecanismos de funcionamiento. Las propuestas se enmarcaban en los aspectos siguientes:

- Limitaciones a la negociación mediante programas de gestión de cartera por ordenador.
- Limitaciones a las estrategias de seguros de cartera.
- Limitaciones al arbitraje de índices.
- Mayores exigencias de márgenes sobre índices de futuros y opciones.
- Limitaciones a la negociación en los mercados.

Del comportamiento de la volatilidad en el mercado de Nueva York, antes y después del *crash* de octubre de 1987, podría deducirse que tanto como consecuencia de la desaparición de la burbuja especulativa, como por el anuncio de las propuestas realizadas y las medidas adoptadas para mejorar el funcionamiento de los mecanismos del mercado de valores, a partir de entonces tanto la volatilidad a corto como a largo plazo volvieron a situarse en niveles medios más reducidos.

El comportamiento de la volatilidad a corto plazo en el mercado de Madrid, en línea con lo ocurrido en Nueva York, podría justificarse en términos de la creciente interrelación entre ambos mercados registrada a lo largo del período, tanto a través de la cada vez mayor participación de la inversión extranjera en cartera (y en particular de la norteamericana) en el mercado nacional, como por la progresiva flexibilización y liberalización de los movimientos internacionales de capital. Asimismo, podría haber influido la creciente participación en los mercados internacionales, y fundamentalmente en la Bolsa de Nueva York, por parte de determinadas empresas españolas con un peso elevado en la cotización del índice de Madrid.

Por otra parte, la reducción de la volatilidad global a partir de 1987 en el mercado de Nueva York podría relacionarse con la implantación de algunas medidas concretas, centradas fundamentalmente en el establecimiento de limitaciones a las fluctuaciones diarias de los precios, de tal forma que, cuando éstos se situaban en el mercado por debajo de un criterio límite, la negociación se interrumpía durante un período de tiempo determinado. Estas limitaciones, aplicadas a todos los mercados (futuros y opciones) pretendían reducir las negociaciones entre ellos de manera que se impidiera que la elevación de la volatilidad de un mercado se transmitiera a los demás de forma inmediata.

### 3. CONSIDERACIONES FINALES

En este trabajo se han presentado los resultados derivados de la aplicación de dos medidas alternativas de volatilidad (global y local), basadas en la literatura sobre el caos determinista, al Índice General de la Bolsa de Madrid y al Índice S&P 500 de la Bolsa de Nueva York, utilizando datos diarios correspondientes al período enero 1968-mayo 1992. La muestra se ha dividido en dos subperíodos delimitados por el *crash* de octubre de 1987.

La aplicación del contraste basado en los máximos exponentes de Lyapunov parece sugerir una disminución en el grado de volatilidad (impredecibilidad) global de ambas bolsas tras el *crash* de octubre de 1987. Por otra parte, nuestro indicador de volatilidad local detecta una mayor volatilidad los días 19 de octubre de 1987 y 13 de octubre de 1989. En todos los casos, la volatilidad registrada habría sido más elevada en la Bolsa de Madrid que en la de Nueva York.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Beckett, S. y Sellon, G. (1989): "Has financial market volatility increased?", *Federal Reserve Bank of Kansas City Economic Review*, 74.
- Bernanke, B. (1983): "Non-monetary effects of the financial crisis in the propagation of the Great Depression", *American Economic Review*, 73.
- Bollerslev, T. (1986): "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 31.
- Brady, N. et al. (1988): *Report of the Presidential Task Force on market mechanism*, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.
- Casdagli, M. (1991): "Nonlinear forecasting, chaos and Statistics", *Working Paper 91-05-022*, Santa Fe Institute.
- Engle, R. (1982): "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of UK inflation", *Econometrica*, 50.
- Fortune, P. (1989): "An assessment of financial market volatility: Bills, bonds, and stocks", *New England Economic Review*, noviembre/diciembre.
- Gertler, M. (1988): "Financial structure and aggregate economic activity", *Journal of Money, Credit, and Banking* 20.
- Granger, C.W.J. y Teräsvirta, T. (1993): *Modelling dynamic nonlinear relationships*, Oxford University Press, Oxford.
- Grauer, R.R. y Hakkansson, N.H. (1987): "Gains from international diversification: 1968-85 returns on portfolios of stocks and bonds", *Journal of Finance* 42.
- Jones, C.P. y Wilson, J.W. (1989): "Is stock price volatility increasing?" *Financial Analysts Journal*, 45.
- Kamphuis, R.W., Kormendi, R.C. y Watson, J.W.H. (eds.) (1989): *Black Monday and the future of financial markets*, Dow Jones-Irwin Inc., Homewood, Ill.
- Kupiec, P. (1991): "Stock market volatility in OECD countries: Recent trends, consequences for the real economy and proposals for reform", *OECD Economic Studies*, N.º 17.
- Maravall, A. y Bentolila, S. (1986): "Una medida de volatilidad en series temporales con una aplicación al control monetario en España", *Investigaciones Económicas* (Segunda época), 10.
- Miller, M.H. (1991): *Financial innovations and market volatility*, Basil Blackwell, Oxford.
- Peters, E. (1991): *Chaos and order in the capital markets*, John Wiley and Sons, New York.
- Schwert, G.W. (1989): "Why does stock market volatility change over time?", *Journal of Finance*, 44.
- Shiller, R.J. (1989): *Market volatility*, The MIT Press, Cambridge, Mass.
- Solnik, B.H. (1974): "Why not diversify internationally rather than domestically?", *Financial Analysts Journal* 30.
- Takens, F. (1981): "Detecting strange attractors in turbulence", en D. Rand y L. Young (eds.): *Dynamical systems and turbulence*, Springer-Verlag, Berlín.
- Wolf, A., Swift, J., Swinney, H. y Vastano, J. (1985): "Determininif Lyapunov exponents from a time series", *Physica D* 16.

Fecha de recepción del original: Marzo, 1993

Versión final: Marzo, 1994