

CONSUMO Y ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS*

JORGE V. PÉREZ RODRÍGUEZ

Universidad de Barcelona

Este artículo investiga si las tasas de crecimiento del consumo agregado privado y público afectan a la estructura temporal de los tipos de interés en nuestro país. Para ello, se desarrolla un modelo de valoración de precios de los activos basado en el consumo de bienes (CCAPM), que es una variación de Sargent (1987) y Lee (1989). Consideramos un agente representativo en una economía de intercambio puro con expectativas racionales e información simétrica que adquiere dos bienes y bonos emitidos al descuento sin riesgo de demora, y posee una función de utilidad que es no-separable entre consumo privado y gasto público [Bean (1986)]. El modelo obtenido es un contraste de expectativas racionales, preferencias no-separables para el consumo privado y público y aversión al riesgo de los agentes, que está relacionada con la estructura temporal de los tipos de interés. A continuación, estudiamos el modelo empleando datos trimestrales del consumo (privado y público) y de las rentabilidades reales para el periodo 1987-1995 en España. Este modelo es aceptado sobre la base del contraste de las restricciones de sobreidentificación del Método Generalizado de los Momentos (MGM), implicando que el exponente característico de la tasa de crecimiento del gasto público en la tasa marginal de sustitución es significativo, y que las expectativas racionales de los agentes y la aversión al riesgo son características de la estructura temporal de los tipos de interés en nuestro país.

Palabras clave: consumo, tipos de interés, expectativas.

El estudio de las decisiones de ahorro e inversión de los agentes a través de los modelos de valoración de precios y su relación con la estructura temporal de los tipos de interés es relativamente reciente¹. La idea que subyace en estas aproximaciones es que el tipo de interés de equilibrio está unido con el equilibrio del consumo a través de un múltiplo común: la aversión al riesgo [Breedon (1979)]. Esta evidencia resulta importante porque en los modelos de cartera la relación entre la demanda de activos y el riesgo depende de la aversión a éste [Merton

(*) Este artículo está basado en la segunda parte de la Tesis Doctoral presentada por el autor en la Universidad de Barcelona. Agradezco los comentarios y sugerencias de Angel Berges, Vicente Meneu, María Teresa Costa, Antonio Alegre y Samuel Calonge, y especialmente, las recomendaciones de Máximo Borrell, Carlos Murillo, Antonio Garrido, Marc Sáez y los comentarios de dos evaluadores anónimos. Toda la responsabilidad del trabajo es del autor.

(1) La estructura temporal de los tipos de interés o curva cupón cero expresa la relación entre los tipos de interés de activos sin riesgo de fallido o demora y el vencimiento de los mismos, en un momento del

(1980)], y además, es un determinante tanto de la respuesta del consumo a los tipos de interés como de la cobertura óptima en los modelos de valoración de precios dinámicos [Cox, Ingersoll y Ross (1985a), Duffie (1992)]. Sin embargo, en este tipo de modelos la evidencia empírica sobre este coeficiente y su relación con la estructura temporal se centra exclusivamente en un equilibrio del consumo donde sólo se incluye el gasto agregado privado [Hansen y Singleton (1982), Sargent (1987), Lee (1989), entre otros] o una desagregación del mismo [Dunn y Singleton (1986)]. Por otro lado, la sensibilidad de los tipos de interés a las fluctuaciones de la demanda pública, y su fuerte influencia sobre el déficit público y el posible efecto de *crowding out* financiero [Heyer y Paraponaris (1994)]; la importancia del gasto del gobierno en bienes y servicios como un componente significativo de la tasa marginal de sustitución y la elevada relación que posee el gasto público con la tasa de inflación y los tipos de interés nominales [Aschauer (1985), Bean (1986), Restoy (1992), entre otros] demuestran la importancia del consumo público en las decisiones de ahorro e inversión de los agentes individuales y, además, su posible influencia sobre la estructura temporal de los tipos de interés.

En nuestro país, el impacto del déficit público tiene importantes implicaciones sobre las variaciones de los tipos de interés a largo plazo y sobre el perfil de la curva de rendimientos [Payeras (1994)], y por ende, en las decisiones intertemporales de los agentes (es decir, en su estabilidad y en el nivel de inversión privada). La evolución del gasto público en bienes y servicios produce efectos en los mercados de capitales y monetarios. Por ejemplo, ante expectativas alcistas de inflación puede producirse una elevación de los tipos de interés de los activos con vencimientos a largo plazo. Además, estas expectativas también podrían provocar aumentos de los tipos a corto plazo en el mercado monetario, por la relación que existe entre ambos tipos. De esta forma, las variaciones del gasto público afectan a los rendimientos de los activos tanto a corto plazo como a largo plazo, si bien los desplazamientos de la estructura temporal son más importantes en los tipos de interés a largo plazo que en los tipos de corto plazo. Esta relación podría justificarse a tenor de cierta evidencia empírica en nuestro país. Baste, por ejemplo, con observar la correlación trimestral de las tasas de crecimiento del consumo público real y los tipos de interés nominales de las Letras del Tesoro en los vencimientos más pequeños durante el periodo 1987-1995 (véase cuadro 2). Estas indican una elevada relación entre ambas variables para los tipos nominales a tres, seis y doce meses. Además, encontramos que esta relación es siempre superior a la existente entre el consumo trimestral privado real y dichos tipos de interés nominales. Así, el impacto del consumo privado y público sobre las preferencias de los agentes podría advertir otras fuentes de explicación de las variaciones de la estructura temporal en España, que en estudios internacionales no aparecen recogidas.

Así, el objetivo de este artículo es, en primer lugar, presentar una breve panorámica de los modelos de formación de expectativas y su relación posterior con los modelos de valoración de precios de los activos. La idea básica es conectar los mecanismos de formación de expectativas y el estudio de la incertidumbre a través del estudio de las preferencias alternativas de los agentes. En segundo lugar, aprovechamos una discusión sobre dichas alternativas y derivamos un modelo simple de comportamiento

tiempo. Esta no debe confundirse con la curva de rentabilidades internas, pues ésta representa la relación entre las rentabilidades internas de los activos con similar riesgo crediticio y sus vencimientos.

de las decisiones de consumo e inversión mediante el análisis de las preferencias no-separables entre consumo privado y público.

Siguiendo una buena parte de la literatura citada, en este trabajo se utiliza un modelo sencillo. Básicamente es una revisión y ampliación del modelo de valoración de precios de los activos financieros (utilizando el consumo de bienes en una economía dinámica) propuesto por Hansen y Singleton (1983), Sargent (1987) y Lee (1989). Este modelo nos permite derivar un contraste que es un modelo no lineal de expectativas de la estructura temporal. Dicho test atiende a la heterogeneidad de las preferencias y a la existencia de diferentes horizontes de vencimiento para los rendimientos de los activos, e investiga una especificación alternativa de las preferencias de los agentes. Concretamente, ésta considera una función de utilidad esperada aditiva temporal no-separable entre consumo privado y público². Este modelo nos permitirá analizar si los cambios en la aversión al riesgo de los agentes están inducidos por la no-separabilidad del consumo privado y público, y son un factor significativo en la determinación de las rentabilidades de los activos y su posible influencia en la explicación de la estructura temporal, así como en sus movimientos. Es una representación explícita en un modelo de intercambio puro en equilibrio y pretende aportar un punto de vista diferente a los trabajos realizados sobre la estructura temporal en nuestro país.

La estimación de este modelo no resulta trivial. Hansen (1982), Hansen y Singleton (1982) han desarrollado un método de estimación que permite obtener estimaciones de los parámetros de las preferencias en el modelo de expectativas no lineal y que se denomina Método Generalizado de los Momentos (MGM). Este método nos ofrece una estimación eficiente y consistente de los parámetros en ecuaciones de Euler. Se basa en la utilización de variables instrumentales; no necesita ninguna especificación funcional previa para las variables que intervienen en el modelo; permite una estimación robusta de la matriz de varianzas y covarianzas de los parámetros ante la existencia de correlación serial de las perturbaciones [Newey y West (1987)]; y, además, la existencia de perturbaciones con diversos grados de condicionalidad heterocedástica y correlación serial [Hansen (1982)].

Este artículo se organiza de la siguiente forma. En la sección 1, se describen los modelos de valoración de precios y la relación de éstos con la estructura temporal de los tipos de interés a través de los modelos de formación de expectativas. En la sección 2, y bajo los supuestos necesarios, obtenemos una especificación que denominamos como modelo económico general. Este modelo es un contraste de la hipótesis de expectativas racionales, primas de liquidez y no separabilidad entre consumo privado y público. En la sección 3, se especifican los datos y el procedimiento de estimación mediante la estimación y contraste del (MGM) de Hansen (1982). En la sección 4, se realiza una aplicación al caso español. Y, finalmente, en la sección 5 se determinan las conclusiones de dicho trabajo.

(2) Otra posible línea de investigación podría analizar el papel de las preferencias con aversión al riesgo, no separabilidad (de cualquier tipo) y la sustituibilidad intertemporal. Ésta es una especificación más rica de las preferencias, pues separa la aversión al riesgo y la relación marginal de sustitución intertemporal de sustitución. Se denominan preferencias isoelásticas generalizadas (GIP). Un caso particular de ésta son las preferencias logarítmicas, las cuales caracterizan la *miopia* racional de un inversor en sus decisiones de consumo, es decir, el inversor consume sistemáticamente una proporción de su riqueza que es independiente de los Estados de la Naturaleza.

1. ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS, FORMACIÓN DE EXPECTATIVAS Y LOS MODELOS DE VALORACIÓN DE PRECIOS DE LOS ACTIVOS

Una de las materias más estudiadas en la literatura económico-financiera ha sido la estructura temporal de los tipos de interés, tanto por su importante papel en el análisis de las relaciones entre los tipos a corto plazo y a largo plazo, la transmisión de la política monetaria, la formación de expectativas como en la valoración de activos financieros, las estrategias de inversión y en la cobertura y arbitraje. Las diversas teorías de la estructura temporal de los tipos de interés han intentado explicar los determinantes en la formación de los tipos de interés anticipados futuros³. Estos determinantes de la estructura temporal son las expectativas, las primas de liquidez y los hábitats o periodos de disponibilidad de fondos⁴. El elemento diferenciador de tales teorías es la visión del riesgo que poseen los agentes económicos. Así, por ejemplo, la teoría de las expectativas supone que los agentes son neutrales al riesgo y las expectativas sin incertidumbre son el determinante de la estructura temporal. Es decir, los inversores efectúan el cálculo económico teniendo en cuenta el rendimiento esperado. Por otro lado, la teoría de la preferencia por la liquidez supone que el determinante de la estructura temporal son tanto las expectativas como la aversión al riesgo de los agentes. Esto justifica la existencia de primas de liquidez. Éstas se incrementan con el plazo cuando el riesgo aumenta. Finalmente, la teoría de la segmentación y hábitat preferido suponen que los determinantes son los diferentes hábitats o periodos de disponibilidad de fondos que los agentes consideran. En este caso, los inversores modificarán la composición de la cartera de activos en función de los plazos, teniendo en cuenta aquéllos donde los rendimientos son más elevados. En esta teoría, los tipos de interés futuros son inciertos, existe aversión al riesgo y los mercados están segmentados en función del plazo.

Una parte importante de los trabajos dedicados a analizar los determinantes de la estructura temporal de los tipos de interés se han centrado en el contraste de los modelos de formación de expectativas⁵. Estos permiten contrastar conjuntamente la hipótesis de expectativas racionales (en el sentido de Muth) y la hipótesis de expectativas de la estructura temporal⁶. En este sentido, los modelos de expectativas han tenido distinto éxito a la hora de investigar los aspectos determinantes que caracterizan las teorías

(3) La teoría de las expectativas puras, la teoría de la preferencia por la liquidez, la teoría de la segmentación y la teoría del hábitat preferido. Véase para obtener una panorámica y visión de conjunto a Freixas (1992) y Pérez-Rodríguez (1994) para una síntesis de las mismas.

(4) Inversión o financiación que no necesariamente se iguala con el plazo de amortización [Ezquiaga (1989)].

(5) Otra vía de análisis está más interesada en la estimación de los tipos de interés implícitos. Ésta resulta importante en el análisis financiero de las inversiones y de la política económica porque facilita información sobre la previsión de la actividad económica futura, la previsión de la inflación y la previsión de los tipos de interés futuros. Véase Pérez-Rodríguez (1994) y Nuñez (1995) para una síntesis de los diferentes métodos y técnicas aplicadas en este contexto.

(6) La importancia de las expectativas puede comprenderse mejor analizando los mecanismos de transmisión de la política monetaria. Por ejemplo, si las expectativas y las primas de liquidez constantes son los determinantes de la estructura temporal, una política monetaria que tuviese el propósito de modificar los tipos a largo plazo sólo tendría éxito si fuese posible cambiar las expectativas de los agentes sobre los tipos de interés futuros. A mayor riesgo, los inversores que son aversos al riesgo prefieren pedir prestado a corto plazo mientras que los prestamistas prefieren prestar a largo plazo. De esta forma, el cumplimiento de la hipótesis de expectativas es una cuestión de credibilidad de la política económica.

de la estructura temporal. En especial, se han propuesto diversas versiones lineales que pretendían ajustarse empíricamente a los datos reales. Estudios como Modigliani y Sutch (1966, 1973), Sargent (1979) aceptan los modelos lineales de expectativas propuestos, mientras que autores como Campbell y Shiller (1987), Fama (1990), Sola y Driffill (1994) entre otros, rechazan la teoría de las expectativas. En nuestro país, también existe un escaso consenso en las conclusiones de dichos análisis. Los trabajos de Berges y Manzano (1987), Ezquiaga (1989), Ayuso, Novales y De la Torre (1990, 1992), Ayuso y De la Torre (1991), Freixas (1992), Freixas y Novales (1992), Ezquiaga y Freixas (1991), Payeras (1994) entre otros, rechazan la teoría de las expectativas. Estos estudios no coinciden en qué teorías alternativas resultan ser determinantes⁷. Por ejemplo, Berges y Manzano (1987) argumentan a favor de la teoría de la segmentación analizando los Pagarés del Tesoro. Analizando el mercado interbancario, Ezquiaga (1989) justifica que son los tres determinantes (expectativas, riesgo y hábitos); Ayuso, Novales y de la Torre (1990) que es la preferencia por la liquidez y la segmentación; y Ayuso y de la Torre (1991) encuentran primas de riesgo significativas. Por otro lado, Ezquiaga y Freixas (1991) analizando el mercado de repos sobre Letras del Tesoro rechazan la teoría de las expectativas, sin encontrar una alternativa coherente. Finalmente, Payeras (1994) determina que los tipos a largo plazo están determinados por el nivel de la actividad económica, la tasa de inflación esperada, el déficit público y la mayor integración de los mercados financieros internacionales. Éstos explican el perfil de la curva de rendimientos, justificando cómo la formación de expectativas debe efectuarse a partir del análisis de factores macroeconómicos.

Sin embargo, estos modelos y contrastes emplean muchos supuestos y simplificaciones de la realidad que presentan inevitables errores de aproximación; imponen restricciones sobre las primas de liquidez que la obligan a ser constantes; suponen la estacionariedad de los tipos de interés; y no consideran la posible no normalidad y heterocedasticidad de las perturbaciones. Estos argumentos pueden causar el posible rechazo de la hipótesis de expectativas. Por ejemplo, Engle, Liliens y Robins (1987) han puesto de manifiesto que la presencia de primas de riesgo variables es una de las causas de rechazo de los modelos de expectativas propuestos⁸.

Así, el propósito de algunos estudios es analizar tales conjeturas mediante nuevos enfoques que permitan examinar la hipótesis de expectativas racionales y la hipótesis de expectativas y primas de liquidez en la estructura temporal. Este es el caso de los modelos dinámicos de valoración de activos basados en el consumo (CCAPM)⁹.

(7) En nuestro país, una de las principales dificultades con las que se han encontrado los trabajos empíricos ha sido la pequeña ligazón existente entre los mercados a corto plazo y largo plazo debido al poco tiempo de funcionamiento de los mercados monetarios y de capitales, así como la discontinuidad de los plazos y negociaciones (menor liquidez). Estos aspectos justifican que se haya estudiado más el mercado interbancario.

(8) A través de un contraste sobre la preferencia por la liquidez, encuentran que la primas de liquidez son variables a lo largo del tiempo. Esta evidencia se manifiesta porque muchos de los cambios que ocurren en la pendiente de la estructura temporal se justifican por cambios en las primas o en las expectativas de los agentes que no satisfacen la hipótesis de racionalidad.

(9) El propósito de estos modelos dinámicos es la formulación y resolución de expresiones simples que determinan el valor del precio de los activos, los tipos de interés y los procesos de acumulación de capital. Estos son versiones de modelos de crecimiento óptimo estocástico, donde las condiciones impuestas se basan en la ausencia de arbitraje, la optimalidad de un agente único y el equilibrio del mercado. Aunque son variados en cuanto a sus aplicaciones, difieren entre sí con respecto a la heterogeneidad de las preferencias de los consumidores, los periodos de planificación temporal y el papel del dinero en la

Su extensa literatura ofrece formulaciones diversas que permiten estudiar la estructura temporal en un entorno que es dinámico, tanto continuo como discreto.

Por un lado, Cox, Ingersoll y Ross (1985a) desarrollan un modelo intertemporal de valoración de activos dinámico que es diseñado para economías competitivas en tiempo continuo y dentro del equilibrio general agregado¹⁰. Este modelo permite obtener predicciones detalladas sobre los cambios en la estructura temporal producidos por diversos factores. Posteriormente, Cox, Ingersoll y Ross (1985b) elaboran una teoría de la estructura temporal donde se relacionan los tres determinantes clásicos de la misma: expectativas, riesgo y hábitos, analizándolos en el contexto del equilibrio general agregado. La expresión de esta teoría es un modelo que resuelve estocásticamente la obtención del consumo intertemporal, la proporción óptima de riqueza y la proporción óptima de riqueza invertida en cada bono. Este modelo incorpora una extensa variedad de implicaciones empíricas, no exclusivamente centradas en la valoración de los activos libres de riesgo, sino también en la valoración de las opciones sobre bonos, y otro tipo de activos contingentes. En nuestro país, destaca el trabajo de Serrat (1990) quien expone algunas dificultades de la modelización en tiempo continuo de Cox, Ingersoll y Ross (1985a,b), así como de una aplicación al mercado español de repos.

Por otro lado, y en tiempo discreto, Hansen y Singleton (1982, 1983), Ferson (1983), Singleton (1985), Dunn y Singleton (1985), Sargent (1987), Engle, Liliens y Robins (1987) y Lee (1989) entre otros, formulan modelos CCAPM también relacionados con la estructura temporal, pero desde el punto de vista de un equilibrio parcial, pues no se considera a los productores. En estos modelos, también los tipos de interés están relacionados con la tasa marginal del consumo intertemporal de los agentes aversos al riesgo y la existencia de primas de liquidez.

Concretamente, el modelo de Sargent (1987) se elabora dentro de una economía de intercambio puro y está basado en algunos aspectos del modelo definido por Lucas (1978), como por ejemplo, los referidos a la existencia de un único agente representativo de la economía con una vida infinita, que maximiza una función de utilidad esperada aditiva temporal. Sin embargo, y a diferencia del modelo de Lucas (1978), Sargent (1987) considera como restricción que existen mercados de uno y dos periodos para préstamos que son seguros y libres de riesgo (por ejemplo, bonos emitidos al descuento), cuyos tipos de interés nominales y rentabilidades son conocidas con certeza y son libres de riesgo; y los precios están en unidades de los bienes consumidos en un periodo.

La solución obtenida a partir de las condiciones de primer orden del problema de maximización es una ecuación de Euler que determina como el precio de los activos es igual a la tasa marginal de sustitución intertemporal del consumo. Esta solución permite deducir una expresión contrastable de las teorías de la estructura temporal a través de las preferencias de los agentes. Formalmente, el contraste es un modelo no lineal de expectativas que representa la inversión en mercados diferenciados según los plazos de vencimiento de los activos negociados (un rendimiento a corto plazo y otro

adquisición de los bienes de consumo. Véase Merton (1973), Rubinstein (1977a), Lucas (1978) y Breeden (1979).

(10) Es decir, son contextos donde los agentes maximizan la utilidad, los beneficios, todos los mercados se vacían, y los agentes compiten entre sí sin afectar individualmente al precio del mercado (información simétrica).

a largo plazo), lo cual mejora considerablemente la descripción del mercado. Esto significa que existe cierta segmentación entre los mercados de activos a corto plazo y a largo plazo.

Sin embargo, la evidencia empírica sobre los modelos CCAPM y la estructura temporal ha sido diversa en este contexto. El contraste de la teoría de valoración de precios basada en el consumo ha sido abordada desde múltiples tipos de formulaciones sobre la función de utilidad y diversas versiones de las ecuaciones de Euler. Por ejemplo, Hansen y Singleton (1982) rechazan para Estados Unidos la teoría de valoración de precios basada en el consumo. Por el contrario, y para el mismo país, Lee (1989) acepta el modelo planteado, justificando, además, la existencia de primas de liquidez.

En resumen, el estudio de la estructura temporal en el contexto del modelo de valoración de precios es un estudio de las preferencias de los agentes a través de sus decisiones de ahorro e inversión. Una descripción coherente de las mismas nos permitirá obtener conclusiones adecuadas, no sólo sobre el modelo teórico planteado basado en el consumo sino sobre la aversión al riesgo, que recordemos es una característica en la explicación de las teorías de la estructura temporal. Esta mejor descripción del grado de aversión se puede conseguir mediante el estudio de diversas especificaciones alternativas de las preferencias y de diferentes versiones de las ecuaciones de Euler.

2. MODELO ECONÓMICO GENERAL. FORMULACIÓN E IMPLICACIONES

A partir de los modelos de Sargent (1987) y Lee (1989), desarrollamos un modelo en tiempo discreto que es una variación de ambos, en el sentido que empleamos una función de utilidad que incorpora las preferencias de aversión al riesgo relativa constante de los agentes y la no-separabilidad entre bienes de consumo privado y público.

Sea un único agente representativo de la economía cuyas preferencias sobre el consumo están basadas en la elección de un plan de consumo estocástico en tiempo discreto. Sea C_t el consumo agregado que representa una cesta de bienes duraderos, no duraderos, servicios, y el consumo público; y sea $U(C_t)$ la función de utilidad del consumo agregado, no-separable entre consumo privado y público [Bean (1986)¹¹], y utilizada como generalización a dos bienes. En este caso, el consumo agregado adopta la forma paramétrica definida por

$$C_t = c_t^{1-\kappa} g_t^\kappa \quad [1]$$

donde, c_t es el consumo privado, g_t es el consumo público, y κ es la restricción de separabilidad entre ambos tipos de consumos¹², con $0 \leq \kappa \leq 1$. Este supuesto implica cómo

(11) La consideración de cómo el consumo agregado puede estar relacionado con el consumo privado y público está presente en los estudios de Aschauer (1985), quien supone que el consumo agregado es una función lineal del consumo privado y público, o en Bean (1986), quien considera una función de utilidad no separable entre el consumo privado, público y el ocio. Por otro lado, Restoy (1992) especifica esta función bajo las preferencias isoelásticas generalizadas, derivadas por Epstein y Zin (1989).

(12) Debemos considerar que se ignoran otras posibles influencias de la no separabilidad entre el consumo privado como los estudiados sobre bienes duraderos y no duraderos, desarrollados por Dunn y Singleton (1986).

en las relaciones entre las decisiones de consumo óptimo e inversión, las preferencias de los consumidores son funciones no-separables de los bienes de consumo privados duraderos y no duraderos (c_t) y públicos (g_t). Si tenemos en cuenta la función definida por Hansen y Singleton (1982) para definir la utilidad con aversión al riesgo relativa constante, y suponemos que el consumo agregado C_t , es no separable entre dos tipos de consumos, uno privado y otro público, entonces la forma de la utilidad es

$$U(C_t) = \frac{(c_t^{1-\kappa} g_t^\kappa)^\gamma}{\gamma}; \gamma < 1 \quad [2]$$

siendo, γ el parámetro de las preferencias. El tipo de función de aversión relativa al riesgo, en la terminología de Pratt, está definida por el coeficiente de aversión, $r(c_t) = -U''(c_t)/U'(c_t)$ dado g_t , donde U'' y U' son las segundas y primeras derivadas de la función de utilidad. En nuestro caso, el coeficiente de aversión al riesgo constante es igual $c_t r(c_t) = (1-\gamma)(1-\kappa) > 0$, lo que implica que esta función de utilidad es monótona creciente y estrictamente cóncava, cuando $\gamma(1-\kappa) \leq 1$. De dicha especificación, podremos deducir que si $\kappa \neq 0$ el consumo es separable¹³; si $\kappa = 0$ y $\gamma = 1$, el agente es neutral al riesgo¹⁴; si $\gamma \neq 0$, el agente es averso al riesgo; y si $\gamma = 1$ y $\kappa \neq 0$ el coeficiente de aversión al riesgo es igual a κ .

Por otro lado, consideremos la existencia de mercados de activos competitivos y en equilibrio, donde se negocian préstamos con diferentes vencimientos. Sea s el vencimiento u horizonte temporal del activo, siendo $s = 1, 2, 3, \dots, n$ ⁽¹⁵⁾. Sea $B_{t,t+s}$ la cantidad nominal invertida en bonos negociados en el mercado en el periodo t con vencimiento en el periodo s ; sea $i_{t,t+s}$ el tipo de interés nominal de los bonos en el periodo t con vencimiento en el periodo s . Entonces, en el corto plazo los bonos tienen asociado un rendimiento $(1+i_{t,t+1})$ y un precio $B_{t,t+1}/(1+i_{t,t+1})$, mientras que los bonos a largo plazo tienen un rendimiento $(1+i_{t,t+n})^n$ y un precio $B_{t,t+n}/(1+i_{t,t+n})^n$. Ambos precios se conocen con certeza en el momento t y desde el punto de vista de los agentes son libres de riesgo [Sargent (1987)]. Además, suponemos que en los mercados no existen fricciones, es decir, no existen costes de transacción ni fiscalidad¹⁶. Y finalmente, consideremos que el agente representativo invierte parte de su riqueza en la adquisición de activos en cada momento del tiempo, donde debe decidir cómo dividir la renta corriente más la renta de los activos poseídos, entre el consumo y el ahorro. Considerando que

(13) Si $\kappa = 0$, entonces sólo existe $c_t r(c_t) = 1 - \gamma$, que coincide con la forma obtenida de la función de utilidad aplicada por Hansen y Singleton (1983), y Lee (1989).

(14) La función de utilidad considera que c_t y g_t son sustitutos, siempre que $\gamma \neq 0$. Si $\gamma = 0$ y $\kappa \neq 0$, entonces las preferencias se suponen que tomarán la forma logarítmica, tal que

$$E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\kappa \ln c_t + (1-\kappa) \ln g_t] \right], 0 < \kappa < 1$$

la cual es separable entre las variables de decisión: consumo agregado público y privado.

(15) En estos mercados los contratos a un periodo se negocian al tipo de interés al contado, y los préstamos futuros que se realizan a partir del primer periodo y hasta n periodos se negocian a un tipo de interés futuro. Esto resulta equivalente a decir que en el mercado se negocian bonos con vencimientos a uno, dos, tres y hasta n periodos. Los bonos adquiridos por el consumidor y negociados en el mercado de activos son libres de riesgo y emitidos al descuento.

(16) La simplificación implica la pérdida de grados de libertad al no introducir variables relevantes como los impuestos, las comisiones de los negociadores, etc..

la tenencia de tales activos en el momento t se caracteriza porque: primero, los bonos poseídos son de descuento y libres de riesgo; segundo, existen, por simplicidad, sólo dos periodos de inversión, tal que $s=1, n$, es decir, el consumidor se incorpora al mercado en cada periodo con cierto orden de preferencias y con un stock de activos que consiste en la propiedad de dos bonos: uno a corto plazo y otro a largo plazo, tal que compra un bono a s periodos pagando la cantidad $B_{t,t+s}/(1+i_{t,t+s})^s$. La riqueza es gastada para adquirir dos bienes de consumo (privado y público) a los precios p_{1t} y p_{2t} , respectivamente; y adquirir en dos bonos emitidos al descuento de un período y n periodos, considerando que el horizonte de planificación es de sólo dos periodos¹⁷. Por otro lado, y en cuanto a la corriente de ingresos, el consumidor tiene como riqueza en cada periodo la renta laboral, R_t , valorada en términos reales, $P_t R_t$ ¹⁸; y, además, si el consumidor ha invertido en el pasado bonos a un periodo y a n periodos, podrá obtener ingresos provenientes de dicha inversión pasada en los activos al descuento, ya que dada la secuencia de inversiones que realiza el agente, existe un flujo de ingresos que proviene de la inversión en el pasado de bonos al descuento (tales como, $B_{t-1,t}$, $B_{t-n,t}$).

En base a las hipótesis sobre la economía (agente único, expectativas racionales, mercado crediticio perfecto, entre otras) y suponiendo que el agente representativo debe elegir un plan conjunto de consumo óptimo y precios de los activos que maximicen su utilidad, el objetivo implica maximizar la utilidad esperada intertemporal del consumo sujeta a una secuencia de restricciones presupuestarias, tal que

$$\text{MAX } E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{(c_t^{1-\kappa} g_t^\kappa)^\gamma}{\gamma} \right) \right] \quad [3]$$

$$s.a \quad p_{1t} c_t + p_{2t} B_t + \frac{B_{t,t+1}}{(1+i_{t,t+1})} + \frac{B_{t,t+n}}{(1+i_{t,t+n})^n} \leq P_t R_t + B_{t-1,t} + B_{t-n,t}$$

donde, β es el parámetro del factor de descuento subjetivo, $0 < \beta < 1$; γ y κ miden la actitud hacia el riesgo del agente representativo, siendo $0 < \gamma < 1$, y κ es el parámetro de la restricción de separabilidad del consumo privado y público, $0 < \kappa < 1$. En particular, dado el consumo público en un periodo t , el coeficiente de aversión al riesgo relativa constante es igual a $1 - \gamma(1 - \kappa)$, y representa la concavidad o curvatura de la función de utilidad.

En este problema de optimización intertemporal que planifica el gasto en bienes y la inversión en activos, la búsqueda del óptimo permite separar la solución del consumo de la obtenida para los activos, dada la naturaleza homotética de las preferencias. Así, y aplicando los multiplicadores de Lagrange obtendremos las condiciones que determinarán la localización del consumo de equilibrio y la tenencia de los activos emitidos al descuento, en conjunción con alguna versión de la ecuación de Euler (véase apéndice 1). Estas condiciones garantizan el equilibrio y la inexistencia del arbitraje. A partir de ellas, el precio de equilibrio de los bonos será igual a la expectativa condicionada a la información existente de la tasa marginal de sustitución intertemporal del consumidor interpretada apropiadamente [Rubinstein (1976a), Lucas (1978),

(17) Estos periodos se corresponden con el hoy y el mañana, por lo que, debe liquidar mañana cualquier deuda si la contrajo hoy, y gastará mañana cualquier ahorro que haya acumulado en el presente.

(18) Siendo P_t un índice de precios promedio de p_{1t} y p_{2t} , $P_t R_t$ es la renta real.

Breeden (1979), entre otros]. Estos precios los consideramos endógenos al modelo. Concretamente, la solución de equilibrio obtenida, realizando los cálculos algebraicos necesarios, es para cada periodo de vencimiento y cada bono, tal que,

$$E_t \beta \left[\left[\frac{c_{t+1}}{c_t} \right]^{\gamma(1-\kappa)-1} \left[\frac{g_{t+1}}{g_t} \right]^{(\gamma-1)\kappa} \left[\frac{p_{1t}}{p_{1t+1}} (1+i_{t,t+1}) \right] \right] = 1 \Rightarrow E_t [\beta \Lambda_{t,t+1}] = \frac{1}{R_{t,t+1}} = B_{t,t+1} \quad [4]$$

$$E_t \beta^n \left[\left[\frac{c_{t+n}}{c_t} \right]^{\gamma(1-\kappa)-1} \left[\frac{g_{t+n}}{g_t} \right]^{(\gamma-1)\kappa} \left[\frac{p_{1t}}{p_{1t+n}} (1+i_{t,t+n})^n \right] \right] = 1 \Rightarrow E_t [\beta^n \Lambda_{t,t+n}] = \frac{1}{\bar{R}_{t,t+n}} = B_{t,t+n} \quad [5]$$

donde, los términos de la condición de ortogonalidad se sintetizan en

$$\Lambda_{t,t+s} = \left[\frac{c_{t+s}}{c_t} \right]^{\gamma(1-\kappa)-1} \left[\frac{g_{t+s}}{g_t} \right]^{(\gamma-1)\kappa}, \quad R_{t,t+s} = \left[\frac{p_{1t}}{p_{1,t+s}} (1+i_{t,t+s})^s \right], \quad [6]$$

$$B_{t,t+s} = \frac{1}{R_{t,t+s}} = E_t [\beta^s \Lambda_{t,t+s}]$$

siendo, $\Lambda_{t,t+s}$ es la tasa marginal de sustitución intertemporal del consumo agregado; $R_{t,t+s}$ es la rentabilidad real de los activos; y $B_{t,t+s}$ es el precio de un bono emitido al descuento para s periodos de inversión en unidades de bienes, en el que $c_{t,t+s}$ y $g_{t,t+s}$ son el consumo privado y público futuro en el periodo s , respectivamente.

En resumen, esta expresión obtenida en el equilibrio (es decir, no existe el arbitraje), que considera las tasas de crecimiento del consumo privado y público como importantes en la determinación de las rentabilidades de los activos, es un contraste de la hipótesis de racionalidad de los agentes y de las expectativas y primas de liquidez en la estructura temporal por varios motivos. En primer lugar, el aspecto de la racionalidad está justificada por la utilización de una versión de la ecuación de Euler, que considera la expectativa (condicionada a la información existente) de los agentes, la cual es utilizada como condición de ortogonalidad. En segundo lugar, este contraste valora cómo la aversión al riesgo está inducida por la no-separabilidad del consumo privado y público, y éstos son un elemento importante en la valoración de las rentabilidades. Y en tercer lugar, una interpretación sobre las primas de liquidez puede encontrarse a partir de las ecuaciones [4] y [5] cuando analizamos el precio del bono emitido para dos periodos¹⁹. Resolviendo el sistema de ecuaciones para dos periodos de inversión obtenemos que el precio de dicho bono es el promedio geométrico de los precios de los bonos al contado emitidos al descuento ($B_{t,t+1}$) y de los bonos esperados de un periodo ($E_t[B_{t+1,t+2}]$) más una prima de riesgo entre los diferentes periodos de inversión

$$B_{t,t+2} = B_{t,t+1} E_t [B_{t+1,t+2}] + cov_t \left(\frac{\beta U'(c_{t+1})}{U'(c_t)}, B_{t+1,t+2} \right) \quad [7]$$

Esta expresión es denominada por Sargent como la versión de las Expectativas Generalizadas. De ella se deduce que si la covarianza es nula, entonces los agentes

(19) Véase Sargent (1987) y Pérez-Rodríguez (1994).

son neutrales al riesgo; y si es distinta de cero los agentes son aversos al riesgo. Esta implicación del modelo es la que justifica que hablemos de un contraste de primas de liquidez. Contrastar la aversión al riesgo supone contrastar la existencia de primas de liquidez.

Desde estos puntos de vista, el contraste de las hipótesis implícitas en el modelo económico general propuesto nos permitirán encontrar evidencias favorables o desfavorables del modelo CCAPM a la inclusión del gasto público como sustituto del gasto privado, y además, analizando la significación del coeficiente de aversión al riesgo relativa constante $(1-\gamma(1-\kappa))$ puede determinarse el grado de aversión de los agentes. Bajo tales apreciaciones, si los agentes no son aversos al riesgo ($\gamma(1-\kappa)=1$), el arbitraje es perfecto. Es decir, dado que los agentes son neutrales al riesgo y no existe incertidumbre en la formación de los tipos de interés implícitos, el tipo de interés forward o futuro coincide con el tipo de interés esperado a corto plazo en el futuro, entonces la teoría de las expectativas es la determinante de la estructura temporal. Si los agentes tienen un grado de aversión moderada al riesgo, existe arbitraje, pero los determinantes son tanto las expectativas como los hábitats. En este caso, las decisiones de arbitraje de los agentes se toman considerando que el tipo forward no es un estimador insesgado de los tipos de interés a corto plazo esperados en el futuro. Este hecho se justifica porque existen primas de liquidez, cuya magnitud depende de los hábitats predominantes para los oferentes de fondos prestables (emisores de deuda) a largo plazo. Y tercero, si los agentes son aversos totalmente al riesgo (es decir, $\gamma(1-\kappa)=0$), no existe arbitraje, la estructura temporal está explicada por la teoría de la segmentación que supone que existe un mercado financiero para bonos emitidos al descuento con vencimiento a corto plazo y a largo plazo con diferentes equilibrios (es decir, se reconoce la existencia de diferentes hábitats o periodos de disponibilidad de fondos (uno y n periodos), tal y como muestran las ecuaciones [4] y [5]).

3. DATOS, PROCEDIMIENTOS DE ESTIMACIÓN Y CONTRASTE DE LA ECUACIÓN DE EULER

En esta sección, realizamos el estudio empírico del modelo propuesto aplicado al caso español. Los datos empleados se refieren a datos trimestrales del consumo privado y público, la inflación y los tipos de interés nominales medios de las Letras del Tesoro. El consumo privado (c_t) está medido en términos reales per cápita, y representa el gasto privado de un agente en bienes no duraderos y servicios. El consumo público (g_t) está medido en términos reales y representa el gasto del ente gubernamental en bienes y servicios. La inflación (π_t) está medida a través de la utilización del Índice de Precios al Consumo con base 1986. Finalmente, los tipos de interés nominales medios de las Letras del Tesoro negociadas en el mercado secundario de valores para los plazos de tres (i_{1t}), seis (i_{2t}) y doce (i_{4t}) meses. Éstos son activos emitidos al descuento sin riesgo de demora, importantes en la canalización del ahorro de las familias y con elevada liquidez²⁰. El periodo de análisis abarca desde el comienzo de la negociación de las Letras del Tesoro en 1987:III hasta 1995:I. Los datos de consumo privado, pú-

(20) Si bien el mercado secundario de éstas es poco activo. Nuestro interés hubiera sido estudiar otros plazos mayores, pero este hecho resulta imposible ante la discontinuidad de la negociación y el escaso número de datos. En este caso, las implicaciones sobre la estructura temporal sólo tienen en cuenta el estudio del lado corto, esto es, aquel tramo que relaciona las rentabilidades y los plazos o vencimientos más pequeños.

Cuadro 1: ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS. DATOS TRIMESTRALES.
PERIODO 1987:III-1995:I. T=31

	\dot{c}_t	\dot{g}_t	π_t	i_{1t}	i_{2t}	i_{4t}
Máximo	1,7963	2,5839	7,1500	14,0800	14,2900	14,4600
Mínimo	-1,4192	-0,2995	4,0300	7,5100	7,6500	7,7100
Media	0,6092	0,9544	5,5883	11,4893	11,6067	11,7083
Desviación Estándar	0,6836	0,7503	0,9728	2,1116	2,0550	2,1048
Asimetría	-0,8495	0,1532	-0,0738	-0,5470	-0,5578	-0,5151
Curtosis	0,9883	-0,7231	-1,2210	-0,9283	-0,8922	-0,8826
Coef. Variación	1,1222	0,7862	0,1741	0,1838	0,1770	0,1798

1. Máximo, Mínimo, Media, Desviación Estándar, Asimetría, Curtosis y Coeficiente de Variación de las tasas de crecimiento continuas del consumo privado ($\dot{c}_t = \log(c_t/c_{t-1})$) y público ($\dot{g}_t = \log(g_t/g_{t-1})$) trimestral, la tasa de inflación (π_t) y los tipos de interés nominales de las Letras del Tesoro a tres (i_{1t}), seis (i_{2t}) y doce meses (i_{4t}) expresados en tasa anual.

blico e inflación no han sido ajustados estacionalmente²¹, y además, los datos sobre los tipos de interés son medias aritméticas simples del trimestre considerado.

Los cuadros 1 y 2 muestran los estadísticos descriptivos trimestrales de las variables. La tasa de crecimiento trimestral media del consumo privado real es del 0,6% durante el periodo, mientras que para el gasto público real es del 0,95%. Es decir, el gasto público trimestral real crece a una tasa superior que el consumo privado.

Asimismo, la volatilidad trimestral del gasto público (desviación estándar igual a 0,75) es superior a la volatilidad del consumo privado (0,68). La tasa de crecimiento del consumo privado real está correlacionada positivamente con la tasa de crecimiento del consumo público (0,36), la tasa de inflación (0,15) y los tipos de interés nominales de las Letras (0,04; 0,13 y 0,19 respectivamente). Por otro lado, la tasa de crecimiento del gasto público real está correlacionada positivamente con la tasa de inflación (0,66) y los tipos de interés nominales de las Letras a tres, seis y doce meses (0,67, 0,62 y 0,62 respectivamente).

La estimación e inferencia del modelo de valoración de precios propuesto y definido por las ecuaciones [4] y [5] se analizará mediante la aplicación del Método Generalizado de los Momentos (MGM) desarrollado por Hansen (1982) y Hansen y Singleton (1982) (véase apéndice 2). Reescribiendo el sistema de ecuaciones [4] y [5] tenemos que:

(21) Aunque Ferson y Harvey (1992) argumentan que los resultados obtenidos en el estudio del modelo de valoración de precios cambian cuando se emplean datos mensuales y trimestrales desestacionalizados o no desestacionalizados, creemos que el hecho de desestacionalizar provoca una grave pérdida de información debida a la eliminación de gran parte de la varianza de la serie analizada, si bien somos conscientes que puede tener ciertas implicaciones sobre la completa homogeneidad de las variables estudiadas.

$$0 = E \{ h(x_{t+s}, \theta_0 | Z_t) \} = E \left\{ \beta^s \left[\frac{c_{t+s}}{c_t} \right]^{-\alpha} \left[\frac{g_{t+s}}{g_t} \right]^{-\lambda} \left[\frac{(1+i_{st})^s}{(1+\pi_{st})} \right]^{-1} | Z_t \right\} = E \{ \epsilon_{t+s} | Z_t \} \quad [9]$$

donde, $s=1, n$ periodos de inversión; α es igual al coeficiente de aversión al riesgo $(1-\gamma(1-\kappa))$; λ es igual a $(1-\gamma)\kappa$; π_{st} es la tasa de inflación igual a (p_{t+s}/p_t-1) ; Z_t es el vector de instrumentos²² y ϵ_{t+s} es el vector de perturbaciones en la estimación del modelo.

Cuadro 2: MATRIZ DE CORRELACIONES DE LAS VARIABLES.
PERIODO MUESTRAL 1987:III-1995:I. T = 31

	\dot{c}_t	\dot{g}_t	π_t	i_{1t}	i_{2t}	i_{4t}
\dot{c}_t	1,0000	0,3653	0,1479	0,0401	0,1272	0,1887
\dot{g}_t		1,0000	0,6654	0,6681	0,6230	0,6233
π_t			1,0000	0,7997	0,7492	0,7381
i_{1t}				1,0000	0,9677	0,9324
i_{2t}					1,0000	0,9805
i_{4t}						1,0000

1. Coeficientes de correlación trimestrales simples de las tasas de crecimiento del consumo privado (\dot{c}_t) y público (\dot{g}_t), la tasa de inflación (π_t) y los tipos de interés nominales de las Letras del Tesoro a tres (i_{1t}), seis (i_{2t}) y doce meses (i_{4t}).

El modelo económico implícito por la expresión [9] es correcto si $E\{\epsilon_{t+s}|Z_t\}=0$, es decir, el valor esperado de la perturbación es cero. La elección de los instrumentos contenidos en Z_t es importante. Sin embargo, la teoría no ofrece una guía acerca del número de variables a incluir. Habitualmente, esta dificultad suele evitarse replicando los resultados para diferentes conjuntos de instrumentos. Tradicionalmente, en este tipo de modelos se eligen aquellos que permiten predecir el crecimiento del consumo y de las rentabilidades de los activos [Hansen y Singleton (1982), Epstein y Zin (1991)]. Sin embargo, pueden utilizarse otros conjuntos de instrumentos distintos de sus retardos para evitar las posibles correlaciones espúreas que conduzcan al rechazo de las ecuaciones de Euler y al sesgo en la estimación de los parámetros [Ferson y Constantinides (1991)]. Los conjuntos de instrumentos son diferentes en el número de instrumentos y el número de retardos de los mismos. En este estudio utilizaremos di-

(22) La estimación de Hansen (1982) coincide con la estimación MC3E cuando los errores son independientes, y además, se utilizan los mismos instrumentos para cada ecuación (condición de exogeneidad fuerte). Newey y West (1987) obtienen una estimación robusta de la matriz de covarianzas ante la existencia de autocorrelación.

ferentes vectores de intrumentos, que tratan de estudiar la sensibilidad de los resultados a sus diversas especificaciones²³.

Las estimaciones del MGM²⁴ están basadas en la minimización de una forma cuadrática, que se denomina como estadístico J (la expresión depende de la función objetivo que es definida por $J_T(\theta) = g_T' W_T g_T$, véase apéndice 2). El valor mínimo de la forma cuadrática se distribuye como una χ^2 con r-k grados de libertad, bajo la hipótesis nula de que el modelo es correcto, siendo r el número de condiciones de ortogonalidad presentes en la estimación (y que depende del número de intrumentos) y k es el número de parámetros a estimar ($\theta_0 = [\beta \ \alpha \ \lambda]'$). El valor del estadístico $J = T J_T(\theta)$, donde T es el número de observaciones, proporciona un contraste de la bondad de ajuste del modelo²⁵. Hansen (1982) describe un procedimiento para obtener una estimación consistente y eficiente de W_T , y también describe las condiciones bajo las cuales la estimación de θ es consistente, eficiente y asintóticamente normal. Para contrastar otras hipótesis, como por ejemplo, que el coeficiente de aversión al riesgo se encuentre en el límite, es decir, $\alpha = 1$ contra la alternativa de $\alpha < 1$, utilizamos el estadístico C derivado por Eickensbaum, Hansen y Singleton (1988). Es un contraste de

(23) Estos incluyen retardos de las variables endógenas en la forma lineal determinada por Hansen y Singleton (1982) y no lineal definidos por Epstein y Zin (1987). Definimos tres conjuntos diferenciados: el primer conjunto supone un único retardo en el cociente de consumo y de las rentabilidades utilizadas,

$$Z^1_t = \left[1, \frac{c_t}{c_{t-1}}(-1), \frac{g_t}{g_{t-1}}(-1), R_{t-1} \right], \quad Z^2_t = \left[1, \frac{c_t}{c_{t-1}}(-1), \frac{c_t}{c_{t-2}}(-1), R_{t-1} \right]$$

$$Z^3_t = \left[1, \frac{c_t}{c_{t-1}}(-1), \frac{c_t}{c_{t-2}}(-1), \frac{g_t}{g_{t-1}}(-1), R_{t-1} \right], \quad Z^4_t = \left[1, \frac{c_t}{c_{t-1}}(-1), \frac{c_t}{c_{t-2}}(-1), \frac{g_t}{g_{t-1}}(-1), \frac{g_t}{g_{t-2}}(-1), R_{t-1} \right]$$

El segundo supone hasta dos retardos, tal que

$$Z^5_t = \left[1, \frac{c_t}{c_{t-1}}(-2), \frac{g_t}{g_{t-1}}(-2), R_{t-1} \right], \quad Z^6_t = \left[1, \frac{c_t}{c_{t-1}}(-1), \frac{c_t}{c_{t-2}}(-2), \frac{g_t}{g_{t-1}}(-1), R_{t-1} \right]$$

$$Z^7_t = \left[1, \frac{c_t}{c_{t-1}}(-1), \frac{c_t}{c_{t-1}}(-2), \frac{g_t}{g_{t-1}}(-1), \frac{g_t}{g_{t-1}}(-2), R_{t-1} \right], \quad Z^8_t = \left[1, \frac{c_t}{c_{t-1}}(-1), \frac{c_t}{c_{t-1}}(-2), \frac{c_t}{c_{t-2}}(-2), \frac{g_t}{g_{t-1}}(-1), \frac{g_t}{g_{t-1}}(-2), R_{t-1} \right]$$

Y el tercero introduce expresiones no lineales de los intrumentos mediante los productos cruzados del consumo,

$$Z^9_t = \left[1, \begin{pmatrix} c_t & g_t \\ c_{t-1} & g_{t-1} \end{pmatrix}(-1), R_{t-1} \right], \quad Z^{10}_t = \left[1, \begin{pmatrix} c_t & g_t \\ c_{t-2} & g_{t-2} \end{pmatrix}(-2), R_{t-1} \right]$$

$$Z^{11}_t = \left[1, \begin{pmatrix} c_t & g_t \\ c_{t-1} & g_{t-1} \end{pmatrix}(-1), \begin{pmatrix} c_t & g_t \\ c_{t-2} & g_{t-2} \end{pmatrix}(-1), R_{t-1} \right], \quad Z^{12}_t = \left[1, \begin{pmatrix} c_t & g_t \\ c_{t-1} & g_{t-1} \end{pmatrix}(-2), \begin{pmatrix} c_t & g_t \\ c_{t-2} & g_{t-2} \end{pmatrix}(-2), R_{t-1} \right]$$

donde, R_{t-1} se refiere al rendimiento retardado de las Letras a tres meses.

(24) Utilizamos para la estimación el programa TSP. v.4.2. En una primera etapa, se especifica un vector inicial de parámetros para construir una estimación inicial de la matriz de pesos ($\beta=1,0; \alpha=1,0; \lambda=1,0$). La estimación de esta matriz converge rápidamente, y proporciona una estimación consistente (pero ineficiente) del vector de parámetros θ . En una segunda etapa, se utiliza este vector de parámetros para construir una estimación eficiente de la matriz de pesos. Los criterios de convergencia se aceptan cuando el gradiente y los cambios relativos son menores que 1×10^{-5} .

(25) Este contraste está basado en la versión condicional de la ecuación de Euler. Existen otros contrastes no paramétricos basados en la versión no condicionada de la ecuación de Euler y que se han propuesto por Hansen y Jagannathan (1992). Este contraste calcula los límites de los segundos momentos de una tasa marginal de sustitución que es admisible para valores fijados de los parámetros del modelo.

cuasi-verosimilitud basado en el principio de que si una función está distribuida normalmente con matriz de varianzas y covarianzas consistentemente estimada, entonces es posible construir una variable que se distribuye como una χ^2 . Esta función es un vector que se calcula como la diferencia entre el estadístico J_u perteneciente al modelo sin restringir y el estadístico J_r del modelo restringido. La distribución de este estadístico es una χ_r^2 con r grados de libertad (número de restricciones a contrastar).

Sin embargo, mientras el método MGM es un contraste potente para la ecuación de Euler, los parámetros estimados y los contrastes de hipótesis usados a través del método MGM, tienen sentido cuando se cumplen los supuestos de la teoría de distribuciones asintóticas. En el caso de las muestras finitas, la introducción de un número mayor de condiciones de ortogonalidad, provoca un aumento del número de restricciones de sobreidentificación, haciendo que las propiedades muestrales de los estimadores se incumplan [Hansen y Singleton (1982)]. Algunos estudios encuentran que a partir de 50 observaciones es cuando los estadísticos y contrastes se comportan adecuadamente. En este caso, debemos ser cautos en la interpretación de los resultados, pues el periodo muestral con que trabajaremos es limitado.

4. RESULTADOS EMPÍRICOS

Los resultados de la estimación se muestran en los cuadros 3 y 4. Estos resultados aparecen definidos para dos tipos de modelos. El primer modelo se distingue porque utiliza los pares de rentabilidades de las Letras entre tres meses y doce meses. Este hecho permite analizar el modelo definido en [9] para el lado corto de la estructura temporal. El segundo modelo permite ampliar el modelo [9] en un espectro de vencimientos superior, pues se estudian conjuntamente los rendimientos de tres, seis y doce meses. Este aspecto se justifica porque uno de los problemas en la interpretación de la prima de riesgo dentro del modelo basado en el consumo es que la estimación del parámetro de aversión relativa al riesgo constante (α) puede tomar diferentes valores para explicar diferentes pares de rentabilidades [Lee (1989)]. En este sentido, para dar una explicación coherente del término de premio a través de un espectro de rendimientos, el modelo no lineal se estima simultáneamente usando los datos de 1, 2 y 4 trimestres (es decir, 3 meses, 6 meses y 12 meses, respectivamente).

Los valores de la t-Student que aparecen entre paréntesis y acompañan a los parámetros son obtenidos a partir de los errores estándar consistentes y robustos ante la existencia de heterocedasticidad y autocorrelación [Newey y West (1987)], empleando un número de autocorrelaciones muestrales igual a dos ($m=2$) y pesos decrecientes definidos por el kernel de Parzen²⁶. Los valores del estadístico de bondad de ajuste del modelo están definidos por χ^2 , y entre corchetes aparecen los p-valores (es decir, $P(\chi^2 > J) = p$).

(26) En nuestro caso, utilizamos los pesos definidos por el estimador kernel de Parzen, definido por

$$\begin{aligned} K(x) &= 1-6x^2+6|x|^3, 0 \leq |x| \leq 1/2 \\ &= 2(1-|x|)^3, 1/2 \leq |x| \leq 1 \end{aligned}$$

La justificación se basa en que un decrecimiento de los pesos de forma cúbica, y no cuadrática como supone Bartlett, implica mejorar los errores estándar de los parámetros estimados.

Cuadro 3: RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN POR EL MÉTODO GENERALIZADO DE LOS MOMENTOS UTILIZANDO LAS RENTABILIDADES REALES DE LAS LETRAS DEL TESORO A 3 Y 6 MESES (1987:III - 1995:I. DATOS TRIMESTRALES. T=31).

Instrumentos	β	α	λ	J	$C_\alpha(\alpha=1)$	r-k
Z_t^1	0,9939 (704,9)	0,7212 (2,99)	0,4929 (2,90)	12,9163 [0,024]		5
Z_t^2	0,9910 (643,1)	0,1486 (1,03)	0,7935 (5,75)	12,9253 [0,024]		5
Z_t^3	0,9920 (769,4)	0,2779 (1,94)	0,6588 (5,48)	12,9502 [0,073]		7
Z_t^4	0,9872 (237,2)	3,7215 (7,95)	-0,6768 (-1,6)	12,3674 [0,193]		9
Z_t^5	0,9945 (2363,)	0,5933 (4,42)	-0,1084 (-1,5)	12,9255 [0,024]		5
Z_t^6	0,9935 (754,0)	0,4739 (3,00)	0,6427 (4,46)	12,9712 [0,073]		7
Z_t^7	0,9862 (251,8)	3,8074 (8,18)	-0,9338 (-2,5)	12,3348 [0,195]		9
Z_t^8	0,9890 (274,8)	3,3575 (8,84)	-0,9639 (-2,6)	12,6233 [0,318]		11
Z_t^9	0,9981 (366,1)	0,9482 (1,81)	0,9328 (3,04)	12,7319 [0,005]	0,0010 [0,99]	3
Z_t^{10}	0,9926 (750,1)	0,5928 (4,21)	-0,0990 (-0,8)	12,9262 [0,005]		3
Z_t^{11}	0,9865 (298,3)	1,4213 (5,23)	-0,6774 (-2,1)	12,8587 [0,025]		5
Z_t^{12}	0,9927 (1041,)	0,2137 (2,57)	0,2814 (3,32)	13,0005 [0,023]		5

- Entre paréntesis aparecen los valores de la t-Student, utilizando errores estándar asintóticos. Entre corchetes aparecen los p-valores ($p < 0,05$ acepta la hipótesis alternativa al 5%, y $p < 0,01$ al 1% de significación).
- $J = TJ_T(\theta_0)$, es el valor mínimo de la función criterio. Se distribuye como χ^2_{r-k} bajo la hipótesis nula. T es el número de observaciones, $J_T(\theta_0)$ es el valor de la función objetivo de la estimación con variables instrumentales.
- r-k son los grados de libertad, r es el número de condiciones de ortogonalidad, k es el número de parámetros.

Los resultados de la estimación para el modelo que utiliza los rendimientos reales de las Letras con vencimiento a 3 y 12 meses se muestran en el cuadro 3. El coeficiente estimado del factor de descuento β es menor que la unidad, siempre estable para todos los instrumentos utilizados, y además, no difiere estadísticamente de la unidad. Sin embargo, las estimaciones de los parámetros α y λ no son robustas a la selección de los instrumentos. Es decir, los valores del coeficiente de aversión al riesgo (α) y del parámetro que expresa la relevancia de la inclusión de g_t en la función de utilidad (λ) son sensibles a la especificación de los instrumentos. Los parámetros estimados son económicamente razonables y significativos estadísticamente, excepto cuando se utilizan los vectores de instrumentos definidos por Z_t^4 , Z_t^5 , Z_t^7 , Z_t^8 y Z_t^{11} . En estos casos, se cumple que $\alpha > 1$ o $\lambda < 0$, o conjuntamente, ya que debería cumplirse que $\gamma < 1$ y $0 < \kappa < 1$. Cuando $\alpha > 1$, la función de utilidad no es empíricamente cóncava.

Los vectores de instrumentos Z_t^1 , Z_t^2 , Z_t^3 , Z_t^6 , Z_t^9 , Z_t^{10} y Z_t^{12} cumplen las restricciones de los parámetros. El coeficiente de aversión al riesgo (α) es significativo y diverge entre 0,1486 y 0,9482 en los valores factibles para el modelo. Los valores positivos de α son consistentes con la teoría y son significativos estadísticamente mediante el contraste de la t-Student obtenida bajo la hipótesis de $\alpha=0$ [$t_\alpha(\alpha=0)$]. En este sentido, las preferencias son diferentes de la utilidad logarítmica en los niveles de significación habituales.

Además, el contraste de la hipótesis $\alpha=1$ contra la alternativa $\alpha < 1$ ($C_\alpha(\alpha=1)$) se rechaza en todos los modelos, excepto en aquél que utiliza el vector de instrumentos Z_t^9 ($p=0,99$). Así, el coeficiente de la aversión al riesgo no se encuentra en el límite de factibilidad ($\alpha=1$), en cuyo caso los agentes serían totalmente aversos al riesgo. El exponente de la tasa de crecimiento del consumo público en la tasa marginal de sustitución (λ) varía entre 0,2814 y 0,9328. Los valores de la t-Student [$t_\lambda(\lambda=0)$] son significativos, por lo que el parámetro relevante de la inclusión del consumo público no se rechaza en el modelo estimado. El contraste de modelo propuesto a través de las restricciones de sobreidentificación no se rechaza por los datos al 1% de significación (p-valores superando el 2,34%), excepto en el modelo estimado con el vector Z_t^9 . En el resto de modelos, donde se cumplen las restricciones, podríamos justificar que durante el periodo considerado los agentes son racionales y aversos al riesgo, y además, la inclusión del gasto público en la tasa marginal de sustitución es significativa.

El estudio del modelo utilizando datos de las rentabilidades reales de los activos con vencimiento a 3, 6 y 12 meses se muestra en el cuadro 4. Los resultados son más precisos que los obtenidos en el cuadro anterior, aunque igualmente sensibles a las diferentes especificaciones de los instrumentos. En este caso, las restricciones de los parámetros parecen cumplirse en la mayoría de los modelos, excepto en aquél estimado empleando el vector de instrumentos Z_t^{11} . La consideración conjunta de los rendimientos de diferentes vencimientos [tal y como argumenta Lee (1989)] puede ser la causa de una mejor estimación de los parámetros de las preferencias (es decir, la relevancia de la aversión al riesgo y de la inclusión de la tasa de crecimiento del consumo público en la tasa marginal de sustitución). Los valores estimados de β son estables para los diferentes conjuntos de instrumentos, y no distintos de la unidad estadísticamente. Los valores de α y λ son significativos estadísticamente según los criterios $t_\alpha(\alpha=0)$ y $t_\lambda(\lambda=0)$, variando α entre 0,1312 y 1,0083, y λ entre 0,1126 y 0,9975. El contraste $C_\alpha(\alpha=1)$ no se rechaza para aquellos modelos que utilizan los instrumentos Z_t^4 , Z_t^7 , Z_t^8 y Z_t^9 , en cuyo caso podríamos considerar la aversión total al riesgo. El modelo no se rechaza al 5% de significación (p-valores superando el 16%), excepto en el modelo que utiliza Z_t^{10} .

Cuadro 4: RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN POR EL MÉTODO GENERALIZADO DE LOS MOMENTOS UTILIZANDO LAS RENTABILIDADES REALES DE LAS LETRAS DEL TESORO A 3, 6 Y 12 MESES (1987:III - 1995:I. DATOS TRIMESTRALES. T=31).

Instrumentos	β	α	λ	J	$C_\alpha(\alpha=1)$	r-k
Z_t^1	1,0098 (261,3)	0,1312 (0,56)	0,1126 (8,28)	12,7029 [0,176]		9
Z_t^2	0,9943 (896,5)	0,4578 (4,42)	0,6942 (7,91)	12,9943 [0,163]		9
Z_t^3	0,9971 (879,4)	0,8524 (5,51)	0,7781 (7,92)	13,0362 [0,366]		12
Z_t^4	1,0000 (136,2)	0,9945 (6,68)	1,0068 (13,8)	13,1919 [0,587]	0,0006 [0,98]	15
Z_t^5	1,0078 (363,3)	0,2402 (1,42)	0,6854 (6,13)	13,0519 [0,360]		9
Z_t^6	0,9956 (1426,)	0,7541 (5,35)	0,6980 (9,17)	13,0524 [0,365]		12
Z_t^7	1,0000 (1331,)	0,9903 (7,03)	0,9975 (12,3)	13,1581 [0,590]	0,0002 [0,99]	15
Z_t^8	1,0000 (1924,)	0,9982 (8,50)	1,0074 (13,9)	13,1946 [0,780]	0,0040 [0,95]	18
Z_t^9	0,9917 (535,8)	1,0083 (3,27)	0,5886 (4,84)	12,8525 [0,045]	0,0006 [0,98]	6
Z_t^{10}	0,9957 (746,3)	0,6498 (3,05)	0,2511 (2,12)	12,9806 [0,043]		6
Z_t^{11}	0,9605 (159,5)	1,9212 (6,42)	-2,9386 (-4,4)	12,9441 [0,187]		9
Z_t^{12}	0,9946 (755,1)	0,2541 (2,38)	0,5735 (4,88)	13,0344 [0,161]		9

- Entre paréntesis aparecen los valores de la t-Student, utilizando errores estándar asintóticos. Entre corchetes aparecen los p-valores ($p < 0,05$ acepta la hipótesis alternativa al 5%, y $p < 0,01$ al 1% de significación).
- $J = J_T(\theta_0)$, es el valor mínimo de la función criterio. Se distribuye como χ^2_{r-k} bajo la hipótesis nula. T es el número de observaciones, $J_T(\theta_0)$ es el valor de la función objetivo de la estimación con variables instrumentales.
- r-k son los grados de libertad, r es el número de condiciones de ortogonalidad, k es el número de parámetros.

En resumen, los resultados obtenidos para el periodo muestral analizado indican la sensibilidad de los resultados ante los diferentes vectores de instrumentos utilizados y al periodo de vencimientos de los activos estudiado, encontrando que el modelo económico propuesto y estimado por el MGM no es rechazado por los datos en la mayoría de las especificaciones de los vectores de instrumentos. En términos de los parámetros estimados, el valor del factor de descuento subjetivo (β) permanece constante y próximo a la unidad, lo cual implica que los agentes prefieren el consumo futuro (es decir, los agentes se endeudan menos, ahorran más en el presente y, por tanto, poseen preferencias pacientes). Sin embargo, los valores de los coeficientes estimados de la tasa marginal de sustitución (α y λ) son sensibles a la selección de los instrumentos y no son cualitativamente similares para todos los activos en un mismo periodo de tiempo. Aún así, indican que pueden existir cambios en las estructuras de las preferencias o modificaciones en la estructura de la riqueza de los agentes dependiendo del vector de instrumentos utilizado en el periodo considerado. La significación del parámetro α ($\alpha \neq 0$) implica que se incumple la hipótesis de las expectativas puras de la estructura temporal, es decir, la utilidad no es lineal en el consumo [es decir, $U'(c_{t+1})/U'(c_t) \neq 1$], entonces $B_{t+1} = \beta$ y la covarianza en la ecuación [7] no sería nula. Además, no existiría incertidumbre y las rentabilidades no serían impredecibles (inexistencia de autocorrelación de los rendimientos). Estas conclusiones están en consonancia con las obtenidas por distintos estudios que utilizan los modelos de expectativas lineales en nuestro país [Ezquiaga (1989), Ayuso y de la Torre (1991), entre otros]. Por otro lado, en aquellos modelos estimados donde la magnitud del parámetro $\alpha = 1$, tal y como sucede en aquellos que utilizan los vectores de instrumentos Z_t^4 , Z_t^7 , Z_t^8 y Z_t^9 , cuando se analizan conjuntamente los rendimientos y tasas de crecimiento del consumo de tres, seis y doce meses podrían indicar una total aversión de los agentes, y por tanto, completa segmentación del mercado.

Por otro lado, los resultados empíricos sobre el parámetro que representa el exponente de la tasa de crecimiento del gasto público (λ) confirman estadísticamente la aportación del gasto del gobierno en la tasa marginal de sustitución, verificando que esta variable estaba omitida en las funciones de utilidad estudiadas en relación con la estructura temporal.

5. CONCLUSIONES

Este artículo proporciona una evidencia empírica sobre un modelo de valoración de precios basado en el consumo utilizando preferencias no-separables entre el consumo privado y público que es estimado utilizando el procedimiento MGM de Hansen (1982). Existe una literatura extensa de la estructura temporal de los tipos de interés donde la modelización de ésta se realiza en el entorno de la valoración de precios y utilizando funciones de utilidad únicamente caracterizadas por la inclusión del consumo privado [Hansen y Singleton (1982), Sargent (1987), Lee (1989) entre otros]. A diferencia de estos trabajos, en nuestro modelo la cartera de activos del agente representativo está formada por títulos de deuda pública (por ejemplo, las Letras del Tesoro como activos emitidos al descuento) de diferentes plazos de vencimiento, y donde el gasto del gobierno posee un importante papel al entrar directamente en la función de utilidad del agente.

Utilizando datos del consumo privado y público trimestral real, de los tipos de interés reales de las Letras del Tesoro negociadas en el mercado secundario para el pe-

riodo 1987-1995 en España, encontramos que el gasto público es un componente significativo en las preferencias de los agentes, la tasa marginal de sustitución y afecta a la explicación de la estructura temporal en España, induciendo y provocando fluctuaciones en las rentabilidades de los activos y en sus precios, y valorando más adecuadamente la incertidumbre de los agentes en el mercado.

Los resultados empíricos obtienen una más adecuada valoración del coeficiente de aversión al riesgo utilizando conjuntamente los rendimientos reales de las Letras del Tesoro. El modelo no se rechaza a través del contraste de las restricciones de sobreidentificación de las ecuaciones de Euler implícitas en el sistema económico. Este aspecto supone que las expectativas racionales, la aversión al riesgo y la no separabilidad del consumo privado y público trimestral real son algunas características que permiten explicar la estructura temporal de los tipos de interés de las Letras del Tesoro en el extremo corto de la curva, es decir, en los plazos pequeños. Estos resultados se confirman en la mayoría de los modelos estudiados bajo las diferentes consideraciones de los instrumentos utilizados en el proceso de estimación. Así, y encontrando que el coeficiente de aversión al riesgo es significativamente menor que la unidad (excepto en algunos modelos) podríamos advertir que bajo expectativas racionales de los agentes son las primas de liquidez uno de los determinantes de la estructura temporal de los tipos de interés en España.

Por último, y con la finalidad de extender los resultados de este modelo en futuros trabajos, parece necesario realizar otras evidencias empíricas, que a diferencia de las presentadas en este artículo y en la base del estudio de datos de baja frecuencia (datos trimestrales), permitan analizar la capacidad predictiva del modelo, introducir el efecto del tipo de cambio y la tenencia de divisas, estudiar la elasticidad de sustitución intertemporal y otros mecanismos que están en el origen de los movimientos y cambios y, además, son determinantes de la estructura temporal de los tipos de interés.

APÉNDICE 1. OBTENCIÓN DE LA SOLUCIÓN DE EQUILIBRIO

En términos dinámicos, existiría una secuencia de restricciones presupuestarias y de curvas de utilidad, a las que estaría asociado un equilibrio en cada periodo de tiempo. Para ello, definimos la función que debemos maximizar como $L = L(c_t, g_t, B_{t,t+1}, B_{t,t+n}; \lambda_t)$, $t=1,2,3,\dots,T$, considerando que las variables endógenas a determinar por el modelo son el consumo agregado de equilibrio privado, y las cantidades invertidas en los activos invertidos, $B_{t,t+1}$ y $B_{t,t+n}$. Así, el lagrangiano de función L se define como,

$$L(c_t, g_t, B_{t,t+1}, B_{t,t+n}; \lambda_t) = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \left[\beta^t \left[\left(\frac{(c_t^{1-\kappa} g_t^{\kappa})^\gamma}{\gamma} \right) + \lambda_t [P_t R_t + B_{t-1,t} + B_{t-n,t} - P_{1t} c_t - P_{2t} g_t - \frac{B_{t,t+1}}{(1+i_{t,t+1})} - \frac{B_{t,t+n}}{(1+i_{t,t+n})^n}] \right] \right]$$

siendo, $\{\lambda_t\}$ una secuencia de multiplicadores de Lagrange aleatorios, y no negativos. Suponiendo una solución interior para c_t en todos los periodos,

$$U'(c_t) - \lambda_t P_{1t} = 0 \Rightarrow \lambda_t = \frac{U'(c_t)}{P_{1t}}, \quad \forall t > 0 \tag{1.1}$$

en la cual, λ_t , es la utilidad marginal del consumo privado de equilibrio.

$$-\lambda_t \frac{1}{(1+i_{t,t+1})} + E_t[\beta \lambda_{t+1}] = 0 \Rightarrow E_t \left[\beta \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} (1+i_{t,t+1}) \right] = 1 \quad [1.2]$$

$$-\lambda_t \frac{1}{(1+i_{t,t+n})^n} + E_t[\beta^n \lambda_{t+n}] = 0 \Rightarrow E_t \left[\beta^n \frac{\lambda_{t+n}}{\lambda_t} (1+i_{t,t+n})^n \right] = 1 \quad [1.3]$$

Despejando de la ecuación [1.1], la utilidad marginal de consumo, λ_t , obtenemos que

$$\lambda_t = \frac{U'(c_t)}{P_{1t}} = \frac{(1-\kappa)c_t^{\gamma(1-\kappa)-1} g_t^{(\gamma-1)\kappa}}{P_{1t}}$$

y, sustituyéndola en las ecuaciones [1.2] y [1.3], obtenemos el sistema de ecuaciones siguiente

$$E_t \left[\beta \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} (1+i_{t,t+1}) \right] = E_t \left[\beta \left[\frac{c_{t+1}}{c_t} \right]^{\gamma(1-\kappa)-1} \left[\frac{g_{t+1}}{g_t} \right]^{(\gamma-1)\kappa} \frac{P_{1t}}{P_{1t+1}} (1+i_{t,t+1}) \right]$$

$$E_t \left[\beta^n \frac{\lambda_{t+n}}{\lambda_t} (1+i_{t,t+n})^n \right] = E_t \left[\beta^n \left[\frac{c_{t+n}}{c_t} \right]^{\gamma(1-\kappa)-1} \left[\frac{g_{t+n}}{g_t} \right]^{(\gamma-1)\kappa} \frac{P_{1t}}{P_{1t+n}} (1+i_{t,t+n})^n \right]$$

APÉNDICE 2. ESTIMACIÓN CONSISTENTE Y CONTRASTE DE LAS ECUACIONES DE EULER POR EL MÉTODO GENERALIZADO DE LOS MOMENTOS

El modelo a optimizar está definido por la condición de ortogonalidad $E_t[h(x_{t+n}, \theta_0)] = 0$, donde x_{t+n} es un vector 1 dimensional de variables observadas en $t+n$, θ_0 es un vector k dimensional de parámetros desconocidos, h es una función de posicionamiento $\mathbf{R}^1 \times \mathbf{R}^k$ dentro de \mathbf{R}^m , donde m es el número de rentabilidades, y E_t es la expectativa condicionada a la información existente en t . El vector de términos de perturbación, u_{t+n} es igual a $h(x_{t+n}, \theta_0)$. Si los m valores de x_{t+n} tienen momentos de primer y segundo orden finitos, y z_t , que es un vector q dimensional de variables instrumentales observadas, con momentos de segundo orden finitos, entonces podemos definir una función f tal que:

$$f(x_{t+n}, z_t, \theta_0) = h(x_{t+n}, \theta_0) \otimes z_t$$

donde, f es una función de posicionamiento definida en $\mathbf{R}^l \times \mathbf{R}^q \times \mathbf{R}^k$ dentro de \mathbf{R}^r ($r=mxq$), \otimes es el producto de kronecker y q el número de variables instrumentales.

Siendo Θ el espacio de parámetros, $\theta_T \in \Theta$, Hansen (1982) elige la función J_T a minimizar definida por

$$J_T(\theta) = g_T(\theta)' W_T g_T(\theta)$$

donde, W_T es una matriz de pesos definida positiva y simétrica de orden $r \times r$ (n° de condiciones de ortogonalidad muestrales) que depende de la información muestral, y g_T es igual a:

$$g_T(\theta) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T f(x_{i+n}, z_i, \theta) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T z_i u_i(\theta)$$

La matriz de covarianzas es

$$(D_0' W_0 D_0)^{-1}$$

que tiene rango completo, y donde, D_0 y W_0 pueden estimarse consistentemente utilizando las siguientes expresiones muestrales:

$$D_T = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \frac{\partial h}{\partial \theta}(x_{i+n}, \theta_T) \otimes z_i$$

$$\Omega_T(j) = \frac{1}{T} \sum_{i=j+1}^T f(x_{i+n}, z_i, \theta_T) f(x_{i+n-j}, z_{i-j}, \theta_T)' = \frac{1}{T} \sum_{i=j+1}^T \hat{h}_i \hat{h}_{i-j}'$$

$$S_T = \Omega_T(0) + \sum_{j=1}^m [\Omega_T(j) + \Omega_T(j)']$$

$$W_T = (S_T)^{-1} = \left[\Omega_T(0) + \sum_{j=1}^{n-1} [\Omega_T(j) + \Omega_T(j)'] \right]^{-1}$$

siendo,

$$w(j,m) = 1 - \left[\frac{j}{(m+1)} \right]$$

El contraste de las restricciones de sobreidentificación está definido por

$$T J_T(\theta_T) = T g_T(\theta_T)' W_T g_T(\theta_T) \sim \chi_{r-k}^2$$

donde, θ_T es el estimador MGM, y W_T es un estimador consistente de W_0 , y $r-k$ son los grados de libertad que representan el número de condiciones de ortogonalidad linealmente independientes.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aschauer, D.A. (1985): "Fiscal Policy and Aggregate Demand", *American Economic Review*, vol. 75, págs. 117-127.
- Ayuso, J. y De la Torre, M. (1991): "Riesgo y Volatilidad en el Mercado Interbancario", *Investigaciones Económicas*, vol. 15, nº 1, págs. 89-119.
- Ayuso, J., Novales, A. y De la Torre, M. (1990): "Estructura Intertemporal y Primas de Plazo en el Mercado Interbancario", *Cuadernos Aragoneses de Economía*, vol. 1, págs. 35-54.
- Ayuso, J., Novales, A. y De la Torre, M. (1992): "¿Incorporan los Tipos Interbancarios una Evaluación del Riesgo?", *Revista Española de Economía*, vol. 9, págs. 304-379.
- Bean, C. (1986): "The Estimation of Surprise Models and the Surprise Consumption Function", *Review of Economic Studies*, vol. 53, págs. 497-516.
- Berges, A. y Manzano, M. (1987): *Estructura Temporal de los Tipos de Interés de los Pagars del Tesoro*, Ariel, Madrid.
- Breeden, D.T. (1979): "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities", *Journal of Financial Economics*, vol. 7, págs. 265-296.
- Campbell, J. and Shiller, R.J. (1987): "Cointegration and Tests of Present Value Model", *Journal of Political Economy*, vol. 95, págs. 1062-1088.
- Cox, C.C., Ingersoll, J.E. and Ross, S.A. (1985a): "An Intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices", *Econometrica*, vol. 53, págs. 363-384.
- Cox, C.C., Ingersoll, J.E. and Ross, S.A. (1985b): "A Theory of the Term Structure of Interest Rates", *Econometrica*, vol. 53, págs. 385-405.
- Duffie, D. (1992): *Dynamic Asset Pricing Theory*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Dunn, K.B. and Singleton, K.J. (1986): "Modelling the Term Structure of Interest Rates under Non-Separable Utility and Durability of Goods", *Journal of Financial Economics*, vol. 17, págs. 27-55.
- Eickenbaum, M.S., Hansen, L.P. and Singleton, K.J. (1988): "A Time Series Analysis of Representative Agent Models of Consumption and Leisure Choice under Uncertainty", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 103, págs. 51-78.
- Engle, R., Liliens, D.M. and Robins, R.P. (1987): "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model", *Econometrica*, vol. 55, págs. 391-407.
- Epstein, L.G. and Zin, S.E. (1989): "Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework", *Econometrica*, vol. 57, págs. 937-969.
- Ezquiaga, I. (1989): "Riesgo, Hábitat y Expectativas en la Explicación de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés", *Información Comercial Española*, Marzo, págs. 39-54.
- Ezquiaga, I. y Freixas, X. (1991): "El Mercado Repo de Letras del Tesoro: Análisis Empíricos", *Documento de Trabajo, nº 89-90, FEDEA, Versión Actualizada*.
- Fama, E. (1990): "Term Structure Forecasts of Interest Rates, Inflation, and Real Return", *Journal of Monetary Economics*, vol. 25, págs. 59-79.
- Ferson, W.E. (1983): "Expectations of Real Interest Rates and Aggregate Consumption: Empirical Test", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 18, págs. 477-497.
- Ferson, W.E. y Constantinides, G. (1991): "Habitat Persistence and Durability in Aggregate Consumption: Empirical Tests", *Journal of Financial Economics*, vol. 29, págs. 199-240.
- Ferson, W.E. and Harvey, C. (1992): "Seasonality and Consumption-based Asset Pricing", *Journal of Finance*, vol. 47, págs. 511-552.
- Freixas, X. (1992): "Estructura Temporal de los Tipos de Interés: Hipótesis y Resultados Empíricos", *Investigaciones Económicas*, vol. 6, págs. 187-203.
- Freixas, X. y Novales, A. (1992): "Primas de Riesgo y de Hábitat", *Revista Española de Economía*, vol. 0, págs. 135-162

- Hansen, L.P. (1982): "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments", *Econometrica*, vol. 50, págs. 1029-1054.
- Hansen, L.P. and Singleton, K.J. (1982): "Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models", *Econometrica*, vol. 50, págs. 1269-1286.
- Hansen, L.P. and Singleton, K.J. (1983): "Stochastic Consumption, Risk Aversion and the Temporal Behavior of Asset Returns", *Journal of Political Economics*, vol. 17, págs. 149-265.
- Hansen, L.P. and Jagannathan, R. (1991): "Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economies", *Journal of Political Economy*, vol. 99, págs. 225-262.
- Heyer, E. et Paparonaris, A. (1994): "The Relation between Public Debt and Interest Rate: Is There Many a Slip "Twixt the Cup and the Lip?", *Working Paper, n° 94B03*, Groupement de Reserche en Economie Quantitative d'Aix-Marseille.
- Lee, B.S. (1989): "A Nonlinear Expectations Model of the Term Structure of Interest Rates with Time-Varying Risk Premia", *Journal of Money, Credit, and Banking*, vol. 21, págs. 348-367.
- Lucas, R.E.J. (1978): "Asset Prices in a Exchange Economy", *Econometrica*, vol. 46, págs. 1436-1445.
- Merton, R.C. (1973a): "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model", *Econometrica*, vol. 41, págs. 867-888.
- Merton, R.C. (1980): "On Estimating the Expected Return on the Market: an Exploratory Investigation", *Journal of Financial Economics*, vol. 8, págs. 325-361.
- Modigliani, F. and Sutch, R. (1966): "Innovation in Interest Rates Policy", *American Economic Review*, vol. 56, págs. 178-197.
- Modigliani, F. and Shiller, R. (1973): "Inflation, Rational Expectations, and the Term Structure of Interest Rates", *Economica*, vol. 40, págs. 12-40.
- Newey, W.K. and West, K.D. (1987): "A Simple, Positive, Semi-Definite Heterokedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica*, vol. 55, págs. 703-708.
- Núñez, S. (1995): "Estimación de la Estructura Temporal de Tipos de Interés para el Caso Español", Versión Preliminar. Banco de España.
- Payeras, M. (1994): *La Estructura Temporal de los Tipos de Interés: Su Aplicación al Caso Español*. Tesis Doctoral, Universidad de las Islas Baleares.
- Pérez-Rodríguez, J.V. (1994): *Modelización Estocástica de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés en España*, Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona.
- Restoy, F. (1992): "Intertemporal Substitution, Risk Aversion and Short Term Interest Rates", *Documento de Trabajo, n° 9206*. Banco de España.
- Rubinstein, M. (1977a): "The Strong Case for Generalized Logarithmic Utility Model as the Premier Model of Financial Markets", En *Financial Decision Making Under Uncertainty*, ed. Levy, H. and Sarnat, M., 1977, págs. 11-62.
- Sargent, T. (1979): "A Note on Maximum Likelihood Estimation of the Rational Expectations of the Term Structure", *Journal of Monetary Economics*, vol. 5, págs. 133-143.
- Sargent, T. (1987): *Dynamic Macroeconomic Theory*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.
- Serrat, A. (1990): "Modelización de la Estructura Intertemporal de Tipos de Interés en Equilibrio General", *Documento CEMFI*, Banco de España.
- Shiller, R.J. (1979): "The Volatility of Long-Term Interest Rates and Expectations Models of the Term Structure", *Journal of Political Economy*, vol. 87, págs. 1190-1219.
- Sola, M. and Driffill, S. (1994): "Testing the Term Structure of Interest Rates using a Stationary vector autoregression with regime switching", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 18, págs. 601-628.

Fecha de recepción del original: Marzo, 1995

Versión final: Marzo, 1996

ABSTRACT

This article studies whether the growth rates of private and public consumption affect the term structure of interest rates in Spain. The paper develops a consumption-based capital asset pricing model (CCAPM) derived from the Sargent (1987) and Lee (1989) models. We consider that a representative agent in a pure exchange economy with rational expectations and symmetric information purchases two goods and discount pure bonds, also having a utility function which is non-separable between private consumption and public expenditure (Bean (1986)). The model is a test of rational expectations, non-separable preferences for public and private consumption and risk aversion as related to the term structure of interest rates. The paper studies the model using quarterly data for consumption (public and private) and real returns for the 1987-1995 period in Spain. This model is accepted on the basis of the test of overidentification constraints of the GMM. The characteristic exponent of the public expenditure growth rate in the substitution marginal rate is significant. The rational expectations and risk aversion of the agents are also features of the term structure of interest rates in Spain.

Keywords: consumption, interest rates, expectations.