Revista de Economía Aplicada EA *Número 13 (vol. V), 1997, págs. 5 a 38*

SEGURIDAD SOCIAL Y ESTRUCTURA DEMOGRÁFICA EN UN MODELO DE CICLO VITAL CON EDAD DE RETIRO ENDÓGENA*

BEGOÑA EGUÍA
Universidad del País Vasco

En este artículo analizo los efectos de una caída en la natalidad y una mayor esperanza de vida de los individuos sobre un sistema de pensiones de reparto. También considero las consecuencias de un retraso en la edad de jubilación. Para ello construyo un modelo de ciclo vital y crecimiento con generaciones solapadas que resuelvo numéricamente. Elemento clave del modelo es el proceso demográfico utilizado que proporciona de manera endógena la tasa de crecimiento y la estructura de edad poblacionales como resultado de las distribuciones por edades de las tasas de natalidad y supervivencia. Cuatro son los principales resultados: primero, las prestaciones sociales disminuyen ante disminuciones en la natalidad y la mortalidad ante tasas de cotización fijas. Segundo, ante las mismas perturbaciones, garantizar un nivel de pensiones dado exige aumentar dichas tasas. Tercero, y en ambos casos, los efectos de un retraso en la edad de jubilación resultan ser los opuestos. Cuarto, las conclusiones son robustas a estructuras poblacionales alternativas consideradas.
Palabras clave: Seguridad Social, estructura demográfica, retiro endógeno.

Las tendencias demográficas actuales parecen incidir en las principales fuentes de ingreso y gasto de los sistemas públicos de pensiones basados en el sistema de reparto. Este hecho justifica que en los últimos años se esté cuestionando la viabilidad financiera de la Seguridad Social.

La mayoría de las economías occidentales se enfrenta, ya en la actualidad, a un proceso continuo de envejecimiento de la población, envejecimiento que se acelerará a partir del año 2020 [véase Monasterio (1989)]. Por un lado, la tasa de natalidad, tras el crecimiento demográfico de los años 60-70, está experimentando una progresiva caída; este hecho no afecta de forma inmediata al número de cotizantes, pero se hará notar cuando los individuos de estas generaciones se incorporen a la vida laboral,

(*) Quiero expresar mi agradecimiento a Cruz Ángel Echevarría por la excelente labor de supervisión realizada, así como por sus valiosos comentarios y sugerencias. Asimismo, las observaciones de dos evaluadores anónimos han contribuido a mejorar la versión definitiva. Los errores que puedan subsistir son de mi exclusiva responsabilidad.

afectando a la relación de dependencia. Por otro lado, el ligero aumento de la esperanza de vida hace que el número de pensionistas por trabajador que cotiza a la Seguridad Social aumente de forma paulatina a lo largo de los años [ver Velarde (1990), Jensen y Nielsen (1992), López García (1992) o Compagnie (1994)]. Además, la edad media de retiro está disminuyendo de forma significativa [ver Fabel (1994a) o López García (1992)]. Estos factores, en un sistema de pensiones como el de nuestro país, que depende de la relación entre el número de cotizantes y de pensionistas, están amenazando la capacidad financiera de la Seguridad Social. Es decir, el hecho de que las prestaciones económicas se basen en las aportaciones de los trabajadores en activo, obliga a plantearse las posibles dificultades financieras de este organismo. Además, este envejecimiento de la población originará también una serie de efectos sociales y económicos de gran relevancia para la economía (descenso de la productividad media debido al cambio en la estructura por edades de la población trabajadora [Herce (1994)], disminución del ahorro nacional debido al aumento de la proporción de ancianos con menores tasas de ahorro [Feldstein (1974), Auerbach y Kotlikoff (1987), Compagnie (1994)]).

El propósito de este trabajo consiste, precisamente, en analizar la influencia de las perspectivas demográficas futuras sobre el sistema de financiación de la Seguridad Social en España. En concreto, pretende estudiar en qué medida la caída en las tasas de natalidad y mortalidad comprometerán, a largo plazo, la viabilidad de un sistema de pensiones basado en el método de reparto. La conclusión obtenida es que, de seguir operando bajo este método, será necesario que se produzcan ajustes en las pensiones y/o cotizaciones.

Son muchos los autores que investigan la incidencia de los cambios demográficos en la actividad económica, en general, existiendo una amplia literatura que estudia, en particular, la influencia que la estructura poblacional ejerce sobre el presupuesto público. Así, por ejemplo, Auerbach y Kotlikoff (1984), Marchand y Pestieau (1991), Compagnie (1994) analizan cómo el actual envejecimiento de la población altera las principales fuentes de ingreso y gasto de la Seguridad Social, esto es, las cotizaciones y las pensiones respectivamente, y muestran que no será posible garantizar la viabilidad de este organismo si no se llevan a cabo las medidas oportunas. Del mismo modo, se pueden encontrar trabajos que estudian cómo la distribución por edades de la población afecta tanto al volumen como a la composición del gasto social en su conjunto. Velarde (1990), Roche (1991), Herce (1994), entre otros, reflejan el importante aumento que experimentarán especialmente las prestaciones por vejez y los gastos sanitarios durante los próximos años, no compensándose este aumento por el descenso de los gastos en educación y en subsidios familiares que implicarán las reducidas tasas de natalidad. Menores parecen ser los estudios que analizan los efectos de los cambios en la estructura de la población sobre los ingresos del gobierno. Por ejemplo, Echevarría (1995) muestra que el diseño impositivo óptimo o la deseabilidad de unos impuestos frente a otros depende de la estructura de edad poblacional.

La incidencia demográfica en la actividad económica en general, ha sido, por tanto, objeto de estudio en la literatura en los últimos tiempos. Centrándonos en el problema aquí tratado, son varios los autores que, considerando la presencia de un sistema público de pensiones, analizan algunos aspectos relacionados con la interacción entre la demografía y el diseño de dicho sistema. Así, López García (1992) muestra que los efectos de cambios en la estructura de la población sobre el "stock" de capital y el nivel de bienestar en el estado estacionario, dependen, precisamente, del diseño institucional concreto de la Seguridad Social. Asimismo, dado que las prestaciones sociales sustituyen al ahorro privado[1], una elevación en la tasa de contribución o un aumento en la relación de sustitución generarán una caída en el ahorro, una menor acumulación de capital y, consiguientemente, un mayor tipo de interés. Por otro lado, Auerbach y Kotlikoff (1984) y Jensen y Nielsen (1992), centrándose únicamente en los efectos de una caída en la natalidad, muestran que, en ausencia de un cambio en la política de financiación del sistema público de pensiones de reparto, a largo plazo, se producirá un aumento en los tipos impositivos de la Seguridad Social, además de los correspondientes cambios en los ratios de dependencia. Idéntico resultado obtiene Compagnie (1994) al considerar el fenómeno del envejecimiento en su conjunto, es decir, el resultado combinado de unas tasas de natalidad decrecientes y la prolongación en el horizonte de vida de los más viejos[2].

En este artículo construyo una extensión de los trabajos de Jensen y Nielsen (1992) y Compagnie (1994) [J-N. (1992) y C. (1994) en adelante], introduciendo tres notas diferenciadoras. La *primera* es la inclusión de una edad de retiro endógena. La *segunda*, la distinción entre la edad de retiro, la edad legal de jubilación y la edad que marca el comienzo de la vejez para el individuo. Una economía no abierta al exterior describe la *tercera*.

En relación a la endogeneidad de la edad de retiro, J-N. (1992) y C. (1994) suponen que los trabajadores ofrecen mano de obra de forma inelástica, y que abandonan el mercado laboral en un período dado exógenamente. Esto implica que el trabajo, y por lo tanto el ocio (además de la edad de retiro), no son variables de elección individual sino que todos los adultos trabajan y además el mismo número de horas. De aquí se deriva que el pago de las cotizaciones sociales se lleva a cabo por parte de todos los trabajadores, pagando todos ellos una misma cuantía. Este supuesto se ajusta bastante a la realidad ya que los empleados no tienen la opción de trabajar el número de horas que ellos desean. En general, las empresas pueden ofrecer contratos a tiempo completo o a tiempo parcial, no permitiendo al individuo elegir el número de horas a trabajar en función de sus preferencias y de su edad. Este supuesto, sin embargo, no es compartido por algunos autores [ver, por ejemplo, Auerbach y Kotlikoff (1984) o Echevarría (1995)] que permiten la posibilidad de elección ocio-renta, es decir, consideran una oferta de trabajo endógena. De esta forma, se podrían recoger los efectos distorsionadores que sobre la oferta laboral y las decisiones de retiro de los individuos puede generar la Seguridad Social. Sin embargo, la utilización de formas funcionales específicas para la función de utilidad que permitan la obtención de soluciones explícitas para la oferta de trabajo de ordinario da lugar a resultados poco o nada razonables[3]. Por ello, supongo que los individuos bien trabajan la jornada completa o bien

(1) Este resultado no se obtiene en otros trabajos teóricos y empíricos. La razón es que la incidencia de la Seguridad Social en el ahorro se manifiesta mediante dos efectos contrapuestos: un efecto beneficio que tiende a reducir el nivel de ahorro, y un efecto retiro que tiende a incrementarlo.

(2) Más adelante distinguiré entre reducciones en la tasa de natalidad y reducciones en la tasa de mortalidad como causas diferentes de reducciones en las tasas de crecimiento de poblaciones estables.

(3) Por ejemplo, para funciones de utilidad isoelásticas, la tasa de crecimiento del consumo de ocio es constante (siendo el signo de ésta igual a la diferencia entre el tipo de interés y la tasa de descuento subjetiva). Así, en el caso normal, el consumo de ocio sería cada vez mayor hasta agotar la dotación de tiempo por período, momento que se correspondería con la edad de retiro [ver, por ejemplo, Echevarría (1995), Auerbach y Kotlikoff (1984)].

dedican el tiempo de que disponen al consumo de ocio y, al igual que J-N. (1992) y C. (1994), considero una oferta de trabajo inelástica. No obstante, y a diferencia de ellos, supongo que los trabajadores sí pueden elegir voluntariamente la edad de retiro.

Con respecto a la segunda de las diferencias apuntadas anteriormente, distinguiré entre la edad de retiro y la edad legal de jubilación, parámetro este último determinado por la Administración y que supone el inicio en la percepción de la pensión de jubilación. J-N. (1992) y C. (1994) no diferencian estos dos momentos en la vida del individuo, y los consideran además exógenos. Esta identificación les permite asociar a la población ocupada con los que no se benefician de la Seguridad Social, y a los retirados con los pensionistas. Sin embargo, ambas edades son independientes: una está determinada por las autoridades públicas, y la otra, por las propias decisiones de los individuos. En este trabajo, y a diferencia de J-N. (1992) y C. (1994), existe la posibilidad de discernir entre ambas. Idéntico supuesto aparece en Auerbach y Kotlikoff (1984). Esta distinción será crucial a lo largo de todo el modelo. La edad legal de jubilación tiene un carácter, pues, exógeno. Sin embargo, la edad de retiro está asociada a la decisión tomada por cada uno de los individuos de dedicar su tiempo al consumo de ocio o al trabajo, de ahí que la considere como una variable de elección[4].

Además, introduzco una variable adicional: la edad que pone fin a la etapa adulta del individuo y que da comienzo a su vejez, y que identificaré como aquélla a partir de la cual una mujer ya no tiene descendencia, lo cual implica que son factores exclusivamente biológicos los que la determinan, es decir, es la propia naturaleza la que define a los adultos y a los ancianos. Así, supondré que los individuos de esta economía pertenecen a alguno de los cuatro grupos siguientes: primero, *adultos, trabajadores y no pensionistas*, es decir, aquéllos que aún no han alcanzado la vejez y que emplean su fuerza de trabajo en el mercado laboral, no recibiendo, prestación alguna con cargo a la Seguridad Social. Segundo, *ancianos, trabajadores y no pensionistas*, esto es, los que adquiriendo la condición de ancianos, aún no reciben prestaciones sociales pero sí participan en el mercado laboral. Tercero, *ancianos, retirados y no pensionistas*, o en otras palabras, aquéllos que pasando el umbral de la vejez, están retirados y no reciben prestación alguna, debiendo financiar sus gastos únicamente con los ahorros generados a lo largo de su vida, hasta alcanzar la edad legal de jubilación. Y, por último, *ancianos, retirados y pensionistas*, es decir, todos los individuos que han superado la etapa adulta y que, ya retirados, cobran una pensión[5].

El resto de los casos posibles (adultos, trabajadores y pensionistas; adultos, retirados y no pensionistas; adultos, retirados y pensionistas; y ancianos, trabajadores y pensionistas) no los consideraré por parecer poco razonables. Nótese que para dar un mayor grado de verosimilitud al modelo, he supuesto que no es posible que ninguna persona ocupada supere la edad legal de jubilación, es decir, no se permite la posibilidad de trabajar y cobrar prestaciones con cargo a la Seguridad Social. Asimismo, no todos los que no perciben prestaciones sociales (no pensionistas) tienen que pertene-

(4) Son varios los autores [ver, por ejemplo, Auerbach y Kotlikoff (1984), Echevarría (1995)] que han desarrollado modelos de ciclo vital con edad de retiro endógena, y que, en particular, han analizado los efectos de la Seguridad Social sobre ésta [Crawford y Lilien (1981)].

(5) A partir de ahora utilizaré indistintamente los términos jubilado y pensionista. De igual forma, consideraré equivalentes los conceptos de trabajador y cotizante, ya que todo trabajador debe cotizar a la Seguridad Social.

cer al mercado laboral. En Auerbach y Kotlikoff (1984) aparece, definida de forma implícita, una clasificación similar.

En la actualidad existe una continuada tendencia hacia la jubilación a edades más tempranas en muchos países industrializados [ver Fabel (1994a)]. La decisión de adelantar este momento, unida a los cambios demográficos, agrava los problemas financieros de la Seguridad Social. En este sentido, en muchos países se ha suscitado la cuestión de si posponer la edad legal de jubilación serviría para aliviar las posibles dificultades a las que previsiblemente tendrá que enfrentarse este organismo público en las próximas décadas [ver Fabel (1994a), Ministry of Economic Affairs (1994), Monés (1995)]. Los efectos de este retraso también serán objeto de análisis en este trabajo.

Finalmente, y a diferencia de J-N. (1992) y C. (1994), desarrollaré mi trabajo en el marco de una economía cerrada. Considerar un país con movilidad de capital físico y financiero, y donde los trabajadores se pueden desplazar libremente a lo largo de las fronteras puede tener una serie de implicaciones. En primer lugar, los trabajadores reaccionarán ante aumentos en las cotizaciones sociales, al ver modificados sus salarios netos, y decidirán dirigirse hacia otros lugares donde las condiciones laborales (diferencia entre valores descontados de prestaciones y cotizaciones) sean más propicias. En segundo lugar, y consecuencia de lo anterior, se tendría que los salarios y el tipo de interés en términos netos estarían fijados, disponiendo de un escaso margen de actuación en la economía. Por eso, supondré que los precios de los factores de producción no están dados, sino que dependen de la acumulación de capital, que, a su vez, dependerá de la estructura poblacional [Feldstein (1974), Auerbach y Kotlikoff (1987)].

El marco de análisis es un modelo de ciclo vital y crecimiento con generaciones solapadas, en el que los individuos tienen un horizonte de vida finito e incierto. La tasa de crecimiento poblacional, determinada por la distribución por edades de la tasa de natalidad y de la tasa de supervivencia, junto con la distribución por edades poblacional, definen el proceso demográfico. Tres diseños alternativos, en función de su relación entre las prestaciones y las contribuciones, caracterizan a la Seguridad Social. En el primero, los tipos de cotización aportados por los trabajadores y por las empresas al sistema de protección social están dados exógenamente y, en consecuencia, son los jubilados los que ven alterada la cuantía de las pensiones ante cualquier cambio demográfico y/o posible retraso en la edad legal de jubilación. En el segundo, las pensiones percibidas por los individuos son fijas y son los tipos de cotización las variables dependientes. En el último, tanto las prestaciones como las contribuciones deben ajustarse para conseguir que la diferencia entre el valor presente descontado de las cotizaciones sociales pagadas por el trabajador y las pensiones que percibe una vez alcanzada la edad legal de jubilación se mantenga fija en todo período.

El método empleado consiste en un ejercicio de estática comparativa entre estados estacionarios que resuelvo numéricamente. Previamente, construyo un caso básico sin Seguridad Social, donde el proceso demográfico pretende caracterizar a la población española de 1994, considerado año de referencia, y en particular, a su tasa de crecimiento. Posteriormente, y ya incluyendo el sistema público de pensiones, calculo los estados estacionarios hipotéticos para la economía española correspondientes a diferentes años del período 1964-1994, caracterizados éstos por sus respectivas tasas de crecimiento demográfico. La elección de 1964 se debe a que éste fue un año significativo desde un punto de vista demográfico, alcanzando la población española el mayor crecimiento hasta ahora conseguido en el siglo XX [ver Movimiento Natural de

Población. INE]. Respecto a 1994, éste es el último año para el cual existen datos fiables sobre la tasa de crecimiento de la población.

Tres son los principales resultados. Primero, los efectos que una caída en la tasa de natalidad o una prolongación en la vida de los individuos generan sobre las variables de interés económico y demográfico son robustos a la forma de estructurar el sistema de público de pensiones. Se produce una mayor acumulación de capital, y consiguientemente, un menor tipo de interés y un mayor coste salarial para la empresa. Un mayor envejecimiento de la población, un aumento en la relación pensionistas-cotizantes, y un retraso en la edad de retiro son otros resultados a señalar. Segundo, el diseño institucional concreto es decisivo al analizar la incidencia demográfica sobre las variables relacionadas con la Seguridad Social. Una caída en la natalidad y/o un descenso en la mortalidad perjudica a los pensionistas al percibir una menor cuantía en concepto de prestaciones sociales cuando alcanzan la edad legal de jubilación, si la Administración Pública decide mantener unos determinados tipos de cotización. Si, por el contrario, este organismo pretende garantizar un nivel dado de pensiones, serán las tasas de contribución las que deberán ajustarse, tendiendo a aumentar para conseguir el equilibrio en el presupuesto público. Considerar el tercer supuesto, donde la diferencia entre la corriente de ingresos y gastos por individuo a la Seguridad Social permanece fija, tiene una serie de implicaciones, al ser los resultados sensibles a la causa que origina este cambio demográfico. Así, una caída en la natalidad elevaría las pensiones y los tipos de cotización, siendo esta incidencia la contraria si se reduce la tasa de mortalidad. Por último, un retraso en la edad legal de jubilación, justifica la elevación del nivel de pensiones si los tipos de cotización permanecen fijos, y la reducción de dichas tasas si la pensión tiene un carácter exógeno. Cuando la diferencia entre el valor descontado de las cotizaciones y las prestaciones está dada, sin embargo, tanto las pensiones como las tasas de contribución aumentarán, garantizando así el equilibrio presupuestario en la Seguridad Social.

El resto del artículo se organiza como sigue. En la Sección 1 se plantea y resuelve un modelo de generaciones solapadas en tiempo continuo. La dinámica de la población, la conducta individual y el comportamiento agregado caracterizan la estructura del modelo. Se muestran también los principales supuestos en torno a la actuación de las empresas y del sector público. En la Sección 2 discuto los valores que toman los parámetros del modelo, así como los aspectos técnicos de simulación del mismo, considerando el papel que pueden desempeñar las distintas alternativas de financiación de la Seguridad Social. Por último, en las Secciones 3 y 4 presento los resultados y las principales conclusiones, respectivamente.

1. El modelo[6]

1.1. Conceptos demográficos básicos

Considerando economías cerradas en las que, por definición, no se permiten flujos migratorios, la estructura demográfica se encuentra caracterizada por las distribuciones por edades de la tasa de natalidad y de la tasa de mortalidad. Ambas distribu-

(6) El álgebra correspondiente a esta Sección se encuentra en apéndices no incluidos en esta versión del artículo (por economía de espacio), pero disponibles bajo petición a la autora.

ciones determinarán la estructura de edades, la tasa de crecimiento y la esperanza de vida de la población. En el caso de que tales distribuciones hayan permanecido constantes durante un período suficientemente prolongado, se tiene que tanto la distribución de edades como la tasa de crecimiento poblacional permanecerán constantes, caracterizando así las *poblaciones estables* [ver Schoen (1988)]. Un mayor grado de precisión exigiría diferenciar entre las tendencias demográficas por sexos; sin embargo, al igual que otros precedentes de la literatura [ver, por ejemplo, Schoen (1988) o Echevarría (1992)] me limitaré, por simplicidad, a las poblaciones de sexo único y en particular de sexo femenino.

La tasa de natalidad, a la que denotaré $\beta(t)$, se define como la relación entre el número de niños nacidos por cada mujer de una determinada edad t y el número de mujeres de esa edad. Su independencia del tiempo es debido a la incorporación del supuesto de estabilidad. Sin embargo, sí depende de la edad que tenga la madre en el momento del nacimiento. El caso particular aquí considerado puede expresarse como:

$$\beta(t) = \begin{cases} \beta, & 0 \leq t < g, \quad \beta > 0 \\ 0, & t \geq g, \end{cases} \qquad [1]$$

donde β representa la probabilidad instantánea de que una mujer que no haya alcanzado la edad g pueda tener un hijo a la edad t. Dicho de otro modo, la tasa de natalidad es estrictamente positiva y constante para edades inferiores a g [individuos "adultos"], y nula para edades iguales o superiores a g [individuos "ancianos"]. Este supuesto parece más razonable que el realizado por J-N. (1992) y por C. (1994), quienes consideran que la tasa de natalidad es independiente de la edad de la madre.

De igual forma, y limitando el análisis al caso estable, defino la probabilidad de supervivencia, $p(t)$, o probabilidad de sobrevivir hasta una determinada edad t, en función de la edad del individuo:

$$p(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < g \\ e^{-(t-g)\lambda}, & t \geq g, \quad \lambda > 0, \end{cases} \qquad [2]$$

siendo g la edad que señala el final de la etapa adulta y el comienzo de la vejez. En palabras, (2) implica que todos los individuos viven, al menos, hasta g, y que, a partir de entonces, la probabilidad instantánea de fallecimiento es constante e independiente de su edad. Idéntico supuesto aparece en J-N. (1992) y C. (1994).

Ciertamente, conseguir un mayor grado de verosimilitud obliga a definir probabilidades de supervivencia dependientes de la edad. Alternativamente podría suponer que, éstas son estrictamente decrecientes con la edad, lo cual implicaría que la muerte se da con probabilidad positiva y constante en cualquier momento de la vida del individuo [Crawford y Lilien (1981), con horizonte cierto, o Blanchard (1985), con horizonte incierto]; o que, a medida que pasan los años, las probabilidades de fallecimiento crecen a una tasa exponencial constante [Wetterstrand (1981)]. Se podría considerar también que hasta una determinada edad la probabilidad de sobrevivir es igual a la unidad, pero para edades superiores es nula [ver, por ejemplo, Auerbach y Kotlikoff (1984), Summers (1981) o Seidman (1983)-(1984)].

La probabilidad instantánea de morir a la edad de t o la tasa de mortalidad, a la que denotaré como $\mu(t)$, que representa la relación entre el número personas que fallecen a la edad de t y el número total de personas con esa edad, tomará, en general, valores distintos dependiendo de la edad del individuo; es decir, siguiendo con el supuesto de estabilidad, esta tasa dependerá únicamente de la edad. De acuerdo con Schoen (1988) o Echevarría (1992), ésta puede definirse a través de la probabilidad de supervivencia, tomando unos valores concretos en este caso, de:

$$\mu(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < g \\ \lambda, & t \geq g, \ \lambda > 0 , \end{cases} \qquad [3]$$

es decir, los adultos se enfrentan a una probabilidad nula y los ancianos a una positiva, λ[7].

Las distribuciones de las tasas de natalidad y mortalidad para cada edad específica son elementos cruciales cuando se analiza la evolución de la tasa de crecimiento demográfico, n. Dado además el supuesto de estabilidad, puede demostrarse que la *ecuación característica*

$$1 = \int_0^{\infty} e^{-nt} p(t) \beta(t) \, dt \qquad [4]$$

define n implícitamente como una función de $\beta(t)$ y de $p(t)$ [ver Schoen (1988) o Echevarría (1992)]. Así, teniendo en cuenta los valores específicos que toman la tasa de natalidad y la probabilidad de supervivencia para cada edad, se tiene que $n = \beta\,[1 - e^{-ng}]$.

A partir de aquí, se puede analizar cómo se verá afectado el estado estacionario ante cambios en las variables demográficas. En particular, cómo una variación en la natalidad, o en g incidirá en la tasa de crecimiento de la población en el estado estacionario. En principio, la propia intuición sugiere que un mayor número de nacimientos, o una prolongación en la edad que fija el comienzo de la vejez genera una mayor tasa de crecimiento demográfico. Si se aplica el teorema de la función implícita sobre (4), se comprueba que, en efecto, éste es el caso.

Para obtener las proporciones que sobre el total de la población suponen dos de los grupos existentes, los adultos y los ancianos, es necesario, primeramente, definir la función de densidad de probabilidad de la edad, que representa la proporción de población que alcanza la edad t durante un año dado, a la que denotaré como $f(t)$ y, que en este caso particular, viene representada por[8]:

(7) La obtención de $\mu(t)$ es inmediata al considerar que $\mu(t) = -\dfrac{d \ln p(t)}{dt}$

(8) Esta expresión se ha obtenido al considerar la relación

$$f(t) = \frac{p(t,s)}{P(s)} = \frac{e^{-nt} p(t)}{\int_0^{\infty} e^{-nt} p(t) dt} ,$$

siendo $p(t,s)$ el número de personas que alcanzan la edad t en el período s, y $P(s)$ la población total existente en ese mismo período [ver Echevarria (1992)]. De nuevo, $f(t)$ no depende del tiempo de calendario s, por el supuesto de estabilidad.

$$f(t)=\begin{cases}\dfrac{n(n+\lambda)e^{-nt}}{n+\lambda\left(1-e^{-ng}\right)}, & 0\leq t<g\\[2ex] \dfrac{n(n+\lambda)e^{\lambda g}e^{-(n+\lambda)t}}{n+\lambda\left(1-e^{-ng}\right)}, & t\geq g\,.\end{cases} \qquad [5]$$

Así, las proporciones de adultos y ancianos en relación al total de la población en el estado estacionario, vienen representadas, respectivamente, por:

$$j=\int_0^g f(t)\,dt \quad , \quad v=1-j\,. \qquad [6]$$

Recuérdese que g denota la edad a partir de la cual las mujeres no pueden tener descendencia, lo que en el modelo implica el inicio de la vejez. La población admite otras clasificaciones en función de la edad legal de jubilación y la edad de retiro (a las que denotaré g^* y R respectivamente). Así, es posible distinguir entre pensionistas y no pensionistas por un lado, y entre trabajadores y retirados por otro. Las proporciones que sobre el total de la población supone cada grupo demográfico vendrán representadas por:

$$x=\int_0^{g^*} f(t)\,dt \quad , \quad m=1-x \quad , \qquad [7]$$

para los que no han alcanzado la edad g^* y para los que la han superado, y

$$\ell=\int_0^{R} f(t)\,dt\,, \quad z=1-\ell\,, \qquad [8]$$

para los cotizantes y los retirados, respectivamente.

Respecto a estas tres clasificaciones, téngase en cuenta que han sido definidas en función de tres edades distintas, g, g^*, y R. Conviene ahora precisar la relación entre ellas. Primero, es necesario abandonar el mercado de trabajo para poder cobrar prestaciones de la Seguridad Social, esto es, supongo que $R\leq g^*$. Segundo, únicamente los ancianos pueden percibir tales prestaciones, lo que en términos del modelo implica, $g^*\geq g$. Y, por último, $R\geq g$, es decir, los individuos se retiran después de g, identificada ésta con la edad a partir de la cual una mujer ya no tiene descendencia, siendo en general anterior al momento en el que abandona el mercado laboral. Así se tiene que $g\leq R\leq g^*$.

Otra variable clave que debe tenerse en cuenta en cualquier estudio que trate de analizar la incidencia demográfica sobre el sistema público de pensiones es el ratio de dependencia, d. Varias son las definiciones que este ratio admite. Una de ellas recoge la relación entre los ancianos y los adultos. Otra puede representarse mediante el cociente entre pensionistas y no pensionistas. Una tercera, como el ratio entre retirados y trabajadores. La relación entre jubilados y cotizantes puede ser otra. Una quinta definición podría considerar no sólo a los dependientes ancianos, sino también a los dependientes más jóvenes, estableciendo así una relación, por ejemplo, entre el número de personas menores de dieciséis y mayores de sesenta y cinco años sobre el total de la población activa. Esto se justifica por el hecho de que son los miembros más jóvenes y los más maduros de la sociedad los destinatarios de la mayor parte de los gastos sociales. Sin embargo, los ratios de dependencia así calculados han sido fuente de crítica por cuanto el coste público per cápita de los dependientes ancianos es, en general, mucho mayor que el de los dependientes jóvenes [ver Clark et al. (1978), Wander (1984), OCDE (1988)]. En particular, según el estudio de Herce (1994) para el caso español, cada persona de sesenta y cinco años o más puede reclamar gastos sociales casi cinco veces superiores a los de cada persona menor de cincuenta años.

En lo sucesivo, los ratios que voy a considerar vendrán representados por

$$d_1 = v / j, \qquad d_2 = m / \ell, \tag{9}$$

cuya forma concreta, dada la estructura poblacional, está dada por

$$d_1 = \frac{ne^{-ng}}{(n+\lambda)(1-e^{-ng})} \qquad d_2 = \frac{ne^{-\lambda g}e^{-(n+\lambda)g^*}}{(n+\lambda)(1-e^{-ng}) + ne^{\lambda g}\left(e^{-(n+\lambda)g} - e^{-(n+\lambda)R}\right)}$$

Dada la *ecuación característica* (4), se aprecia que dependen en último término de β, g y λ el primero, y de idénticas variables, además de g^* y R, el segundo. La incidencia de estos factores sobre las relaciones de dependencia queda determinada tras aplicar el teorema de la función implícita sobre d_1 y d_2. Como era de esperar, en general, una caída en la natalidad genera un aumento en los ratios de dependencia, cuando el resto de las condiciones demográficas no varían, ya que implica una menor proporción de adultos (y de cotizantes) en relación a los ancianos (y pensionistas) existentes. También puede comprobarse que una menor tasa de mortalidad, es decir, una prolongación en el horizonte de vida del individuo incrementa tanto d_1 como d_2. Asimismo una elevación en g aumenta la proporción de adultos en relación a los ancianos del modelo, y reduce, por lo tanto, los ratios de dependencia. Con respecto a g^*, una elevación en la edad a partir de la cual se puede empezar a percibir prestaciones sociales implicaría una reducción en el porcentaje de pensionistas en relación a los trabajadores que aportan cotizaciones para financiar el sistema público de pensiones, lo que en términos de los ratios de dependencia implica una caída en d_2.

Hasta ahora únicamente he derivado la tasa de crecimiento poblacional en estado estacionario donde β y, en su caso, λ toman valores fijos. Sin embargo, otra posibilidad es que estos valores puedan variar en sucesivos períodos. En este trabajo me limitaré a la estática comparativa entre estados estacionarios ante cambios en β y λ, prescindiendo de la transición entre éstos y la dinámica comparativa. No obstante, ambas causas del envejecimiento (reducción en β y λ) siguen tendencias distintas: si bien la natalidad es un fenómeno difícilmente predecible al presentar su evolución fluctuaciones erráticas, la esperanza de vida se puede prever con mayor exactitud al seguir una tendencia relativamente estable a lo largo del tiempo; además, los efectos que sus variaciones generan sobre las variables demográficas son distintos. Un aumento en la esperanza de vida genera un impacto más acentuado a corto plazo sobre estas variables, para estabilizarse posteriormente a medio y largo plazo. Sin embargo, la caída en la natalidad genera unos efectos que se manifiestan en dos períodos distintos. Uno, inmediato, y otro una vez transcurrido un período de transición de g años, cuando el menor número de nacimientos incide sobre la proporción de ancianos [C. (1994)].

1.2. Comportamiento del sector público

Por simplicidad, supongo que el Sector Público desempeña un único papel en el modelo: el de garantizar un sistema público de pensiones. Este sistema de Seguridad Social se financia mediante el método de reparto, de forma que las pensiones pagadas en cada período se igualan a las cotizaciones sociales a cargo de trabajadores y de empresas. Esto implica

$$\int_{g^*}^{\infty} b\, f(t)dt = \int_{0}^{R} \left(\theta_T + \theta_E\right) w f(t)dt \qquad [10]$$

siendo b la pensión recibida por cada individuo una vez haya alcanzado la edad legal de jubilación; θ_E y θ_T las tasas de contribución que deben pagar las empresas y los trabajadores, respectivamente, para poder obtener esa prestación social; y w, el salario bruto que obtiene cada trabajador[9].

Si se tienen en cuenta los distintos grupos poblacionales, (10) puede reescribirse en función de m y de ℓ [definidos en (7) y (8), respectivamente], esto es, de la proporción que sobre el total de población representan los pensionistas y los trabajadores respectivamente:

$$b \cdot m = \left(\theta_T + \theta_E\right) \cdot w \cdot \ell \qquad [10.I]$$

Así, se deduce que en cada período el individuo puede obtener una pensión igual a $b = (\theta_T + \theta_E) \cdot w \cdot \ell \,/\, m$, o, de forma similar, que las tasas de contribución que trabajadores y empresas tienen que pagar para que los individuos puedan obtener unas prestaciones públicas en el futuro deben ser $(\theta_T + \theta_E) = b \cdot m \,/\, w \cdot \ell$.

Se pueden proponer formulaciones alternativas tanto para la pensión que proporciona la Seguridad Social como para los tipos impositivos sobre el salario que deben pagar trabajadores y empresas para financiar a este organismo. Recuérdense las distintas interpretaciones que admite el ratio de dependencia en función del grupo de población considerado [ecuación (9)]. De esta forma, (10.I) también puede reescribirse como

$$b = \frac{\left(\theta_T + \theta_E\right) \cdot w}{d_2} \quad , \text{o} \quad \left(\theta_T + \theta_E\right) = \frac{b \cdot d_2}{w} \qquad [10.II]$$

donde d_2 denota la relación entre los pensionistas y los cotizantes. Así, se muestra que aumentos en el ratio de dependencia, d_2, ocasionados por aumentos en el número de pensionistas y/o por reducciones en el número de cotizantes incidirán negativamente en la cuantía de la pensión proporcionada por la Seguridad Social, y a su vez, si el resto de las variables no se ven alteradas, obligarán a aumentar las tasas de cotización que deben pagar los trabajadores y las empresas.

El análisis del Sector Público requiere, por tanto, que se tenga presente la estructura demográfica, ya que la función de densidad para la edad será crucial a la hora de determinar la prestación y las contribuciones de individuos y empresas al sistema de pensiones. Así, considerando las distribuciones por edades de las tasas de natalidad y mortalidad presentadas en la Sección 1.1 para caracterizar la conducta poblacional, el equilibrio en el presupuesto de la Seguridad Social viene descrito por:

(9) Como sólo voy a analizar los estados estacionarios y además voy a suponer que no existe ni acumulación de capital humano ni progreso tecnológico, elimino el argumento temporal, t, de $b(t)$, $\theta(t)$ y $w(t)$. En lo sucesivo, t denotará indistintamente tiempo de calendario y edad.

$$\frac{be^{\lambda g}e^{-(n+\lambda)g^*}}{n+\lambda}=\frac{(\theta_T+\theta_E)w(1-e^{-ng})}{n}+\frac{(\theta_T+\theta_E)we^{\lambda g}(e^{-(n+\lambda)g}-e^{-(n+\lambda)R})}{n+\lambda}$$

Como se puede apreciar, la prestación que reciben los individuos de la Seguridad Social una vez que alcanzan la edad legal de jubilación, o, equivalentemente, las tasas de contribución, dependen del salario bruto percibido durante su vida activa, de la tasa de crecimiento poblacional, del momento en el que abandonan el mercado laboral y de la edad legal de jubilación.

1.3. Comportamiento de las economías domésticas

Los individuos tienen que elegir las trayectorias óptimas de consumo y riqueza a lo largo de toda su vida, así como la edad a la que abandonarán el mercado laboral. Para ello, supongo que maximizan el valor presente descontado de su utilidad futura esperada sujeto a la correspondiente restricción presupuestaria.

Antes de seguir, conviene precisar que el comienzo de la vida, en este modelo, coincide con la entrada en el mundo laboral, no haciendo distinción alguna, por tanto, entre el comienzo de la vida biológica y el comienzo de la vida laboral. En particular, excluyo a los jóvenes con edad inferior a 20 años. De esta forma, la edad real de una persona y la que se le asigne en el modelo diferirá precisamente en esa cuantía. Este tipo de supuesto resulta habitual en la literatura [véase, por ejemplo, J-N. (1992), C. (1994), Echevarría (1995)].

Mientras los individuos trabajan perciben un salario bruto por período, w, y pagan unas cuotas a la Seguridad Social, a cambio de recibir unas prestaciones en el momento en el que alcancen la edad legal de jubilación, g^*. De esta forma, la renta de trabajo neta de cualquier persona, para cualquier período de su vida activa, se igualará a $w(1-\theta_T)$. Cuando se jubilan, su renta es una corriente de beneficios, b, proporcionada por el sistema público de pensiones. Supongo, por simplicidad que no es función de variables tales como el número de años que haya cotizado el trabajador, o el número de años que haya decidido adelantar su jubilación... Se trata, en suma, de un esquema de reparto. Si la decisión de abandonar el mercado laboral se toma antes de alcanzar la edad legal de jubilación, el individuo no recibirá renta alguna ni como remuneración por sus servicios ofrecidos (nulos en este caso) ni en concepto de prestaciones de la Seguridad Social hasta la llegada de la edad legal de jubilación, salvo, lógicamente, las rentas del capital acumulado.

Dada la relación entre g^* y R, la renta de trabajo neta, $y(t)$, (incluyendo en ella la pensión, en tanto que ésta puede justamente interpretarse como renta del trabajo diferida) de un individuo de edad t puede expresarse como

$$y(t)=\begin{cases} w(1-\theta_T), & t<R \\ 0, & R\leq t<g^* \\ b, & t\geq g^* . \end{cases} \qquad [11]$$

En relación a las preferencias sobre consumo $c(t)$, y oferta de trabajo, $l(t)$, supongo que éstas son idénticas para todos los individuos, y que, por simplicidad, la función de utilidad instantánea es aditivamente separable en sus dos argumentos de manera que $W(_t)=u(c(_t))-g(l(_t))$, donde $W(_t)$ denota la utilidad de un individuo representativo a la edad de t, y donde $u(c(t))$ es estrictamente creciente y cóncava para todo $c(t)$, cumpliéndose además que $\lim_{c\to 0} u'(c(t))=\infty$. Respecto a la oferta de trabajo, supongo que es unitaria cuando el individuo decide trabajar y que se iguala a cero en cualquier otro caso. De esta forma, se tiene

$$l(t)=\begin{cases} 1, & 0\leq t<R \\ 0, & t\geq R, \end{cases} \qquad [12]$$

lo cual implica que la decisión de trabajar es binaria. Una alternativa consiste en dedicar íntegramente la dotación de tiempo (suponiendo que esta dotación es igual a uno) a trabajar, y nada al consumo de ocio. Así, la oferta de trabajo sería inelástica al nivel unitario. La otra alternativa es la contraria: el individuo decide abandonar completamente el mercado laboral y dedicar íntegramente su dotación de tiempo al consumo de ocio. En otras palabras, o "se trabaja todo" o "no se trabaja nada", pero no existen opciones intermedias[10].

Asimismo, supongo que la desutilidad generada por trabajar una unidad de tiempo por período durante la vida activa se puede representar por un valor constante e igual a $G>0$, siendo, por el contrario, este valor cero cuando los individuos deciden retirarse del mercado de trabajo, es decir,

$$g(l(t))=\begin{cases} G, & 0\leq t<R \\ 0, & t\geq R. \end{cases} \qquad [13]$$

La especificación anterior para las preferencias es la misma que la utilizada por Crawford y Lilien (1981) y Fabel (1994a)-(1994b).

El horizonte de vida de los individuos depende de la probabilidad de supervivencia, $p(t)$. De esta forma, los individuos se enfrentan a un problema de optimización bajo incertidumbre. Por simplicidad y a fin de obtener soluciones explícitas, supongo que las preferencias de los individuos sobre el consumo en cada período vienen representadas por una función de utilidad logarítmica [véase Crawford y Lilien (1981), J-N. (1992), C. (1994), Fabel (1994)]. De esta forma, y atendiendo a (13), los individuos maximizarán:

$$\underset{\{c(t),R\}}{MAX} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} p(t) Lnc(t)\, dt \; - \; G\int_0^{R} e^{-\rho t} p(t)\, dt \qquad [14]$$

donde ρ es la tasa de descuento subjetiva o tasa de preferencia intertemporal.

Dado que existe un mercado perfecto de capitales, y que las economías domésticas no obtienen rentas del trabajo de forma regular, ahorrarán durante los primeros años de su vida y desahorrarán durante los últimos, garantizando de esta manera una trayectoria óptima de consumo suave. Así, los individuos pueden morir manteniendo

(10) Nótese que la condición de retirado se asocia con el abandono total del mundo laboral, destinando todo el tiempo disponible al consumo de ocio. Alternativamente, se podría permitir la posibilidad de trabajar un número reducido de horas. Si la oferta laboral fuese endógena, un individuo podría elegir cuánto reducirla en los distintos momentos de su vida. De esta forma, se podría asociar el retiro con aquel período en el que el nivel de empleo fuese inferior a un valor determinado. Es decir, se podría permitir la posibilidad de un trabajo a "tiempo parcial" compatible con la condición de retirado, como en Auerbach y Kotlikoff (1984).

una riqueza no nula. No obstante, supongo que no existe un motivo herencia. Como implicación inmediata, se deduce que los legados no necesariamente deben ser cero, pudiendo ser positivos o negativos (dependiendo de cuál sea su riqueza), es decir, pueden dejar herencias imprevistas a pesar de no existir un motivo herencia. Esto se justifica por la incertidumbre del horizonte vital. Supongo, sin embargo, que los individuos no pueden morir endeudados, esto es, las herencias negativas están prohibidas. Asimismo, y siguiendo a Blanchard (1985), considero que todos los individuos contratan seguros de vida. Las compañías aseguradoras proporcionan una cuota periódica a los individuos, con horizonte incierto, mientras están vivos. Esta cuota es una proporción de la riqueza financiera de cada asegurado. A cambio son las beneficiarias de su riqueza en el momento del fallecimiento. Estas compañías acceden libremente al mercado, guiándose por la condición de beneficio cero, lo cual implica que proporcionan a los individuos una tasa λ sobre su riqueza, esto es, los individuos reciben $\lambda a(t)$ en cada período a cambio de entregar $a(t)$ en el momento de su muerte. De esta forma, cada individuo percibe una tasa r sobre su riqueza financiera mientras se enfrenta a una probabilidad nula de fallecer y una tasa $r+\lambda$ cuando esta probabilidad es positiva. Por construcción, sin embargo, y como describiré en el apartado de 1.4 sobre agregación, las herencias agregadas (ingresos de las aseguradoras) son justamente iguales a los pagos realizados por dichas compañías. Así, la restricción presupuestaria dinámica de un individuo, viene dada por:

$$\dot{a}(t) = \begin{cases} r\,a(t) + y(t) - c(t), & 0 \leq t < g \\ (r+\lambda)a(t) + y(t) - c(t), & t \geq g, \lambda > 0, \end{cases} \qquad [15]$$

siendo $a(t)$ la riqueza financiera, $c(t)$ el consumo e $y(t)$ la renta neta del trabajo del individuo en el período t. Integrando esta restricción se tiene

$$\begin{aligned} &\int_0^g e^{-rt}c(t)dt + e^{\lambda g}\int_g^\infty e^{-(r+\lambda)t}c(t)dt + \lim_{t\to\infty} e^{-(r+\lambda)t}a(t) = \\ &\int_0^g e^{-rt}y(t)dt + e^{\lambda g}\int_g^\infty e^{-(r+\lambda)t}y(t)dt. \end{aligned} \qquad [16]$$

Una observación con respecto a (16). Dado que no existe motivo herencia, impongo la condición de que la riqueza terminal "esperada" en el momento del fallecimiento es nula, esto es,

$$\lim_{t\to\infty} e^{-rt}p(t)a(t) = \lim_{t\to\infty} e^{-(r+\lambda)t}a(t) = 0,$$

que refleja el hecho de que los agentes no pueden endeudarse indefinidamente. Así, el lado izquierdo de la igualdad recoge el valor presente descontado del consumo, y el lado derecho el valor presente descontado de las rentas del trabajo netas generadas a lo largo de la vida del individuo.

Adicionalmente, supongo que las economías domésticas también se enfrentan a otra restricción presupuestaria intertemporal

$$\int_0^R e^{-rt}p(t)\theta_T w\,dt - \int_{g^*}^\infty e^{-rt}p(t)b\,dt = S \qquad [17]$$

que, dado el proceso demográfico, se puede escribir como

$$\int_0^g e^{-rt}w\theta_T\,dt + e^{\lambda g}\int_g^R e^{-(r+\lambda)t}w\theta_T\,dt - \int_{g^*}^\infty e^{-(r+\lambda)t}b\,dt = S \qquad [17']$$

reflejando que la diferencia entre el valor presente de las cotizaciones (esperadas) y el valor presente de las pensiones (esperadas) para cada uno de los individuos se iguala a una constante S. Obsérvese que esta diferencia no tiene por qué ser nula, esto es, puede que los individuos reciban prestaciones sociales durante su vejez superiores o inferiores a las aportaciones realizadas durante su vida activa a la Seguridad Social[11]. En este sentido, este parámetro define una posible medida de la "generosidad" del sistema de pensiones. La justificación de (17) radica en que es ésta la restricción a la que se ven sometidos los individuos al elegir su edad de retiro [véase Fabel (1994a)-(1994b)][12]. Para un mayor grado de precisión en torno al valor de este parámetro, se puede reescribir (10) como:

$$\int_0^R e^{-nt} p(t)(\theta_T + \theta_E) w\, dt = \int_{g^*}^{\infty} e^{-nt} p(t) b\, dt$$

y comparándola con (17) se tiene que, en general, S tomará valores negativos. Nótese que dos son las fuentes de financiación de las pensiones de jubilación. Por una parte, las contribuciones realizadas por el propio individuo mientras permanece en el mercado laboral, y por otra, las que realiza la empresa por dicho trabajador. Es de esperar, por tanto, que en general, el valor actual descontado de las pensiones recibidas por cada individuo sea superior al valor actual de sus propias cotizaciones.

Así, maximizando la función objetivo en (14), sujeto a (16) y (17´), se obtiene la trayectoria óptima de consumo, $c^*(t)$, así como la edad óptima de retiro del mercado laboral, R^*. Nótese además que (16) y (17´) se pueden reescribir en función de una única restricción presupuestaria intertemporal para el individuo,

$$\int_0^g e^{-rt} c(t)\, dt + e^{\lambda g} \int_g^{\infty} e^{-(r+\lambda)t} c(t)\, dt =$$
$$\int_0^g e^{-rt} w\, dt + e^{\lambda g} \int_g^{\infty} e^{-(r+\lambda)t} w\, dt - S,$$

que no depende ni de las prestaciones que proporciona el sistema público de pensiones, ni de las tasas de cotización que deben pagar los trabajadores (y las empresas) durante su vida activa para mantenerlo financieramente. La incidencia de la Seguridad Social, por tanto, sobre la restricción presupuestaria intertemporal, y en consecuencia sobre $c^*(t)$ y R^*, se manifestará tan sólo mediante el parámetro S. A continuación se muestran estos valores óptimos:

$$c^*(t) = \frac{e^{(r-\rho)t}\left(\dfrac{w(1-e^{-rg})}{r} + \dfrac{we^{-rg}}{r+\lambda} - S\right)}{\dfrac{1-e^{-\rho g}}{\rho} + \dfrac{e^{-\rho g}}{\rho+\lambda} + \dfrac{Ge^{\lambda g} e^{-(\rho+\lambda)R^*}}{r+\lambda}}, \quad t \geq 0 \qquad [18]$$

(11) Nótese que S es una aproximación a la riqueza de la Seguridad Social tomada ésta sobre la cuota obrera.

(12) Una definición alternativa para (17) que incluyera las cotizaciones empresariales y, por tanto, otra medida de la "generosidad" del sistema de pensiones podría ser (17*) $\int_0^R e^{-rt} p(t) (\theta_T + \theta_E) w\, dt - \int_{g^*}^{\infty} e^{-rt} p(t) b\, dt = S'$. Así, en el caso particular de que $S' = 0$, la estructura de pensiones de la Seguridad Social sería *actuarialmente justa*. La inclusión de (17) se realiza por motivos de simplicidad. Nótese que la relación existente entre S y S' es $S = S' - \int_{g^*}^{\infty} e^{-rt} \theta_E w p(t)\, dt$.

$$we^{-(r+\lambda)R^*}Z_2 - Ge^{-(\rho+\lambda)R^*}Z_1 = 0 \qquad [19]$$

siendo Z_1, y Z_2 de (19)

$$Z_1 \equiv \left(\frac{w(1-e^{-rg})}{r} + \frac{we^{-rg}}{r+\lambda} - S \right),$$

$$Z_2 \equiv \left[\frac{1-e^{-\rho g}}{\rho} + \frac{e^{-\rho g}}{\rho+\lambda} + \frac{Ge^{\lambda g}e^{-(\rho+\lambda)R^*}}{r+\lambda} \right]. \qquad [20]$$

Los valores óptimos para el consumo y la edad de retiro se encuentran representados, respectivamente, por (18) y (19). Dos observaciones generales con respecto a estas soluciones. En primer lugar, y como es de esperar, dada la función de utilidad para el consumo, se tiene que $c^*(t)$ crece a una tasa constante, $r - \rho$, es decir, a una tasa igual a la diferencia entre el tipo de interés y la tasa de descuento subjetiva, que resultará ser estrictamente positiva. En segundo lugar, R^* viene implícitamente caracterizada por una ecuación altamente no lineal, lo que requerirá el empleo de métodos numéricos para su solución.

Nótese que tanto $c^*(t)$ como R^* son función de variables tales como los precios de los factores, la tasa de descuento subjetiva, la desutilidad generada por trabajar, el parámetro que recoge la diferencia entre el valor presente de las cotizaciones y de las pensiones, la tasa de mortalidad y, por último, g. (Recuérdese que la probabilidad de fallecimiento no se distribuye uniformemente, sino que se define en función de la edad, dependiendo de que el individuo haya superado o no precisamente la edad g). Asimismo, se observa que ni las tasas de contribución, θ_T, θ_E, ni las prestaciones proporcionadas por la Seguridad Social, b, inciden en la determinación de estos valores óptimos. Esto es debido, como ya he señalado anteriormente, a que la incidencia de la Seguridad Social sobre $c^*(t)$ y R^* se manifiesta tan sólo a través del parámetro S.

1.4. Agregación

Una vez analizada la conducta individual, en la siguiente etapa se obtiene el comportamiento agregado. Para ello, se necesita la distribución de edad de la población, caracterizada por $f(t)$. Conocido el perfil óptimo de consumo para un individuo, y dada $f(t)$, es posible obtener el consumo agregado per cápita en el estado estacionario de la forma:

$$C = \int_0^\infty c^*(t) f(t) dt \; . \qquad [21]$$

Por otro lado, la oferta de trabajo agregada per cápita puede representarse mediante

$$L = \int_0^R f(t) dt \qquad [22]$$

Nótese que al normalizar la población total a la unidad, resultará indistinto referirse al número de trabajadores, L, que a la proporción que éstos suponen sobre el total de la misma, $\ell = L/P$.

Así, considerando la estructura poblacional y, por lo tanto, su correspondiente función de densidad para la edad (5), junto con el gasto que cada individuo realiza en bienes de consumo (18), obtengo los agregados para C y L:

$$C = \frac{\frac{n(n+\lambda)}{\left(n+\lambda\left(1-e^{-ng}\right)\right)}\left(\frac{e^{(r-\rho-n)g}-1}{r-\rho-n} - \frac{e^{(r-\rho-n)g}}{r-\rho-n-\lambda}\right)Z_1}{Z_2} \qquad [21']$$

$$L = \frac{(n+\lambda)\left(1-e^{-ng}\right)+ne^{\lambda g}\left[e^{-(n+\lambda)g}-e^{-(n+\lambda)R}\right]}{n+\lambda\left(1-e^{-ng}\right)} \qquad [22']$$

estando Z_1 y Z_2 de (21') definidas en (20).

Para terminar de caracterizar el agregado, falta analizar el comportamiento de las compañías de seguros de vida. Los beneficios que obtienen son nulos en términos agregados, dado que sus ingresos (herencias imprevistas de los individuos) son iguales a sus gastos (pagos realizados a los asegurados con horizonte incierto) en cada período. En relación a los gastos, éstos son una proporción λ de la riqueza de todos los individuos que se enfrentan a incertidumbre sobre su horizonte vital:

$$Gastos = \int_g^{\infty} \lambda\, a(t)\, f(t)\, dt\,.$$

Respecto a los ingresos, pueden obtenerse como el producto de dicha riqueza y la probabilidad de fallecer del individuo:

$$Ingresos = \int_g^{\infty} a(t)\, f(t)\, \lambda dt\,.$$

Esto es, los ingresos de las compañías de seguros de vida se igualan a sus gastos, lo que implica que los beneficios por período son cero.

1.5. Sector productivo

El sector productivo se representa por la función de producción agregada de una empresa representativa. Para ello, supongo que todas las empresas de esta economía operan en mercados de producto y factores competitivos, y disponen de la misma tecnología, representada ésta por una función de producción linealmente homogénea. De este modo, la existencia de una función de producción agregada correspondiente a una empresa representativa está garantizada [Sargent (1987), cap. 1]. Por simplicidad, supongo una función de producción agregada Cobb-Douglas

$$Y = \mathrm{F}(K, L) = Q\, K^{\alpha} L^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1\,, \qquad [23]$$

siendo K y L los dos únicos factores de producción (capital y trabajo, respectivamente), Y el output bruto y α la participación de las rentas de capital sobre el total de las rentas. El parámetro Q (>0) es un factor de escala. Así, su única función consiste en redefinir las unidades del bien producido en la economía, no afectando de forma cualitativa a la trayectoria óptima de las variables endógenas. Idéntica función ha sido presentada en trabajos anteriores, véase por ejemplo, Auerbach y Kotlikoff (1984), Blanchard (1985), López García (1992), Echevarría (1995). Expresando la función de producción en términos intensivos,

$$y = \mathrm{f}\,(k) = Q\,k^{\alpha}, \qquad [24]$$

donde $y \equiv Y/L$, y $k \equiv K/L$, las condiciones de primer orden para el problema de maximización de beneficios de la empresa representativa muestran que el coste salarial por trabajador soportado por la empresa (salario bruto más cotizaciones a la Seguridad Social a cargo del empresario) se iguala al producto marginal del trabajo y el coste del capital (tipo de interés más tasa de depreciación, δ) al producto marginal del capital, es decir:

$$w_{\mathrm{E}} = w\left(1+\theta_{\mathrm{E}}\right) = (1-\alpha)Q\,k^{\alpha}, \quad \text{y} \quad r+\delta = \alpha\,Q\;k^{\alpha-1}\,. \qquad [25]$$

La condición de equilibrio en el mercado de bienes en el *estado estacionario*, en ausencia de gasto público y comercio exterior, y para una tasa de crecimiento de la población (y del trabajo agregado) igual a n, viene dada por

$$Qk^{\alpha} = c + (n\; + \;\delta)\,k\,, \qquad [26]$$

donde c denota el consumo agregado por unidad de trabajo y δ la tasa a la que se deprecia el capital físico.

2. Simulación

2.1. *Metodología*

El ejercicio de simulación incluye tres etapas. En primer lugar, se resuelve el modelo empleando como valores de las variables los correspondientes a un período base o de referencia, 1994. En segundo lugar, se realiza un ejercicio de estática comparativa entre estados estacionarios, analizando la incidencia de una caída en la tasa de natalidad y en la tasa de mortalidad sobre las variables controladas por la Seguridad Social, esto es, pensión y cotización, así como sobre otros aspectos poblacionales y económicos, para el período 1964-1994. Por último, se muestran los efectos de un retraso en la edad legal de jubilación.

Con respecto a la primera etapa, se comienza con un caso básico, sin Seguridad Social, donde se ajustan los valores de las tasas de natalidad y mortalidad teóricas y del parámetro que refleja la desutilidad generada por trabajar. Dadas la tasa de crecimiento de la población española en el año base, la edad de retiro del mercado laboral (que inicialmente identifico con la edad legal de jubilación), y el factor de escala de la función de producción, resuelvo el modelo con técnicas numéricas de simulación, obteniendo la tasa de natalidad, β, el parámetro G, y el "stock" de capital, k. Inicialmente considero que el individuo tiene un horizonte de vida cierto, siendo por tanto, $\lambda = 0$. Este supuesto tiene como único propósito la obtención de un valor inicial para el "stock" de capital. Nótese, sin embargo, que falta especificar la tasa de mortalidad teórica, dado que realmente, en el modelo, el horizonte de vida de los individuos es incierto. Para ello empleo el valor de k generado en la etapa anterior, n_{base}, R, y Q, obteniendo así, además de β y G, λ. Estos valores permanecerán fijos en los ejercicios de simulación.

Posteriormente incluyo un sistema público de pensiones de reparto, debiendo previamente especificar los valores de los parámetros exógenos. Esta exogeneidad depende de cómo se estructure el sistema de protección social. En lo sucesivo, considero la presencia de tres escenarios alternativos para caracterizar dicha estructuración. En relación al primero de ellos, los tipos de cotización permanecen fijos a lo largo del tiempo, y debe determinarse la prestación y el valor de S. Alternativamente, supongo que la Seguridad Social garantiza un nivel dado de pensiones a los individuos y son, por tanto, θ_T, θ_E, y S las variables dependientes. En ambos casos, tomo como valores representativos los observados en la economía española en el período base. En el tercero de los diseños se trata de especificar la diferencia entre el valor presente de las cotizaciones aportadas por el individuo durante su vida activa y las pensiones que percibe una vez alcanzada la edad de jubilación, S. Para ello, considero la relación existente entre la pensión media de jubilación y las ganancias medias por trabajador, esto es, la tasa de sustitución, q, en España en el año base. Nótese que he recurrido a la exogeneización de una variable endógena para lograr este objetivo. Una vez calculado S, lo mantengo fijo a lo largo del ejercicio de simulación, otorgando de nuevo un carácter endógeno a la tasa de sustitución. Así, ahora las variables dependientes serán los tipos de cotización y la pensión de jubilación[13]. En estos dos últimos escenarios es necesario incluir una restricción adicional: la relación entre la tasa de contribución de la empresa y del trabajador permanece constante.

Definidas todas las variables exógenas del modelo, se procede a su resolución, caracterizando así, el estado estacionario correspondiente al año base, que identifico con 1994, por ser el último año para el cual se encuentran datos fiables de los distintos parámetros, a nivel del estado español.

Una vez resuelto el modelo para el año de referencia, y en una segunda etapa, analizo la incidencia demográfica sobre la economía en general y el sistema de público de pensiones en particular. Para ello, derivo los estados estacionarios hipotéticos para los años comprendidos en el período 1964-1994, caracterizados éstos por sus tasas de crecimiento poblacionales observadas. La elección de este período no es arbitraria. 1964 fue un año significativo desde un punto de vista demográfico, al alcanzar la población española el crecimiento más alto hasta ahora conseguido en el siglo XX, con una tasa de 13.46 por 1000 habitantes. A partir de ese momento y hasta nuestros días ha seguido una evolución descendente, hasta alcanzar ya en 1994 un valor sensiblemente inferior, del 0,7492 por 1000 [ver Movimiento Natural de Población. INE]. El último año para el cual se dispone de datos fiables sobre la tasa de crecimiento poblacional en el momento de finalizar este trabajo es 1994, motivo éste el de su elección[14].

En una última etapa, muestro los efectos de un retraso en la edad legal de jubilación sobre la financiación de la Seguridad Social, dadas las tendencias demográficas y económicas actuales.

(13) (17) caracteriza, juntamente con (10), este diseño institucional concreto de la Seguridad Social.

(14) Téngase en cuenta que en España no se inició el tránsito del sistema de Seguridad Social basado en el ahorro y en la capitalización hacia el actual, basado en el principio de reparto, hasta 1966. Un mayor grado de precisión requeriría, por tanto, analizar el período 1966-1994. No obstante, la consideración de un período más amplio tiene como único objetivo mostrar de forma más clara la incidencia de los cambios demográficos, no afectando en medida alguna a los resultados cualitativos del modelo.

El estado estacionario está caracterizado por cinco ecuaciones: la *ecuación característica* que define implícitamente la tasa de crecimiento de la población (4), la ecuación para determinar la edad óptima de retiro (19), el equilibrio presupuestario del gobierno (10), la restricción intertemporal de la Seguridad Social para el individuo (17), y el equilibrio en el mercado de bienes (26). Además incluyo las ecuaciones de salario y de tipo de interés, representadas por (25). De esta forma, obtengo la tasa de crecimiento demográfico, la edad óptima de retiro, las tasas de cotización y la pensión que recibe un individuo de la Seguridad Social, así como los valores del capital (y, en consecuencia, del precio de los factores productivos). Calculo también las proporciones que sobre el total de la población suponen los adultos, los ancianos, los trabajadores y los pensionistas[15].

2.2. *Parametrización*

Antes de realizar los ejercicios de simulación numérica, es necesario fijar los valores de los parámetros exógenos en el modelo.

i) Tasa de descuento subjetiva. El valor asignado a ρ es 0,010. Idéntico supuesto utilizan Echevarría (1995), Driffill y Rosen (1983) y Lord (1989), uno ligeramente superior, 0,015, Auerbach y Kotlikoff (1984), J-N. (1992) y C. (1994).

ii) Parámetros demográficos. La tasa de crecimiento poblacional queda definida implícitamente a través de las distribuciones por edades de las tasas de natalidad y mortalidad. La primera la supongo constante y positiva hasta una determinada edad g, a partir de la cual las mujeres dejan de tener descendencia, tomando, por tanto, el valor cero. J-N. (1992) consideran que se distribuye uniformemente para todas las edades, y la definen como el número de nacimientos per cápita, utilizando como valores representativos 0,024 y 0,020 para algunos países de la OCDE. C. (1994), centrándose en el caso belga, toma 0,020 y 0,015 para describir los niños nacidos por cada 1000 habitantes en los años 1970 y 1990, respectivamente. En relación a la tasa de mortalidad, J-N. (1992) emplean 0,1 y C. (1994), 0,09 y 0,07.

Dado el planteamiento de este artículo, sin embargo, y siguiendo el procedimiento ya descrito, esto es ajustando ambas tasas teóricas (natalidad y mortalidad) de forma que el crecimiento demográfico resultante se corresponda con el observado en la población española a lo largo del período comprendido entre 1964 y 1994, se obtiene que la tasa de natalidad toma valores dentro de un rango que oscila entre 0,057 y 0,050, correspondiendo con los que proporcionan la tasa de crecimiento demográfico en 1964 y 1994, respectivamente.

En relación a la tasa de mortalidad, el valor resultante es 0,049 para el año 1994. La elección del conjunto de valores que me permiten analizar la incidencia de su caída es arbitraria, por cuanto la tasa de mortalidad no determina la ecuación característica, que define implícitamente la tasa de crecimiento de la población. En este sentido, muestro los efectos generados por una caída en esta tasa utilizando un rango de valores que oscila entre 0,06 y 0,05, con decrementos de 0,002 unidades.

(15) Dada la no linealidad de estas ecuaciones, es necesario recurrir a métodos numéricos para su resolución. En particular, aquí empleo una de las aplicaciones del programa Gauss para ecuaciones no lineales, denominada NLSYS.

Con respecto al horizonte de vida cierto del individuo, empleado en la primera etapa de resolución del modelo, supongo que toma el valor 60, lo cual implica que fallece a los 80 años[16]. Se puede considerar un valor razonable por cuanto se aproxima a la esperanza de vida de la población española, que en la actualidad es de 77 años [véanse Tablas de Mortalidad. INE]. Idéntico supuesto aparece en Seidman (1983) o en Echevarría (1995). Auerbach y Kotlikoff (1984) emplean valores semejantes, al considerar que los individuos viven hasta los 75 años.

El valor asignado a g es 20. Esto es, supongo que una mujer deja de tener descendencia a los 40 años, momento que identifico con el final de la etapa adulta del individuo[17].

iii) Función de Producción. En relación a la participación de las rentas del capital sobre el total de las rentas, considero $\alpha = 0{,}25$. Auerbach y Kotlikoff (1984), López García (1992) y Echevarría e Iza (1995) emplean el mismo valor. Respecto al factor de escala de la función de producción, Q, es igual a la unidad.

iv) Depreciación del capital. Por simplicidad [véase, por ejemplo, Lord (1989) o C. (1994)], considero que $\delta = 0$, esto es, el capital físico no se deprecia con el paso del tiempo.

v) Siete son las variables exógenas relacionados con la Seguridad Social. La primera de ellas es la *edad legal de jubilación*, es decir, la edad a partir de la cual los individuos perciben prestaciones de la Seguridad Social, g^*. Son varios los valores que se emplean en la literatura. J-N. (1992) la sitúan en los 60 años para algunos países de la OCDE, y C. (1994) en los 62,5 para la población belga. El caso español que aquí se presenta queda mejor descrito por los 65 años, coincidiendo con la edad fijada por la Administración Pública como inicial para la recepción de la pensión de jubilación.[18] Auerbach y Kotlikoff (1984), Seidman (1983)-(1984) y Echevarría e Iza (1995) utilizan el mismo valor. De nuevo, nótese que en el modelo esta edad queda identificada por $g^* = 45$.

La segunda variable, "replacement rate", q, que traduciré como *tasa de sustitución*, muestra la relación existente entre la prestación que proporciona el sistema público de pensiones y el salario bruto que se percibe en el mercado laboral. En una primera etapa, y con el objeto de obtener el valor del parámetro S, la considero exógena, definiéndola como el ratio entre la pensión media de jubilación y la ganancia media mensual por trabajador. Tomando como año de referencia 1994, se puede describir esta relación como el cociente entre 68.400 pesetas que recibe un jubilado al mes por término medio y 169.111 pesetas que cobra un trabajador como media mensual, resultando 0,404, que aproximaré al valor 0,4[19]. Ya en una segunda fase, una vez especificado el valor de S, q vuelve a tener su carácter endógeno.

---

(16) Nótese que no hago distinción alguna entre el comienzo de la vida biológica y el comienzo de la vida laboral, al excluir a los jóvenes con edad inferior a los veinte años

(17) Recuérdese que estoy considerando poblaciones de sexo único, y en particular, de sexo femenino

(18) Ley 26/1985, de 31 de julio, de Medidas Urgentes para la racionalización de la Estructura y la Acción Protectora de la Seguridad Social; y Ley 26/1990, de 20 de diciembre, que establece y regula el nivel no contributivo de las prestaciones económicas del Sistema de Seguridad Social.

(19) Información obtenida en el Boletín de Estadísticas Laborales. Ministerio de Trabajo y Seguridad Social. Marzo 1995

En este sentido, el valor obtenido para la tasa de sustitución en 1994 será crucial para determinar la tercera de las variables que guarda relación con la Seguridad Social, S, definida en (17). Recuérdese que únicamente se emplea este valor en uno de los escenarios que caracterizan a este organismo público. Así, dado que en 1994 la pensión supone en torno al 40% del salario bruto por trabajador, el valor de S es (-0,256). Nótese que es negativo, lo cual era de esperar ya que, no sólo el individuo contribuye a la financiación del sistema de protección social sino que también lo hace la empresa a la cual ofrece sus servicios, en nombre del trabajador.

Tres escenarios alternativos describen la estructura del sistema de pensiones. En este sentido, falta determinar los *tipos de cotización* y la *pensión de jubilación*, en el caso en que se consideren exógenos. En relación a los primeros, son del 4,9% y del 24,4% para el trabajador y la empresa, respectivamente, valores que se corresponden con los observados en la economía española en el año base. La pensión de jubilación en ese mismo período es de 68.400 pesetas en términos nominales o de 62.181 en términos reales de 1992.

Para acabar de caracterizar las variables relacionadas con la Seguridad Social, incluyo una restricción sobre los tipos de cotización: la relación entre la tasa a la que contribuye la empresa y el trabajador, $\bar{\theta}$, es igual a 4,98, valor obtenido como cociente entre 24,4% y 4,9%, correspondiente, de nuevo, al año de referencia[20].

vi) Por último, la desutilidad que genera el trabajo realizado por un individuo durante su vida activa, G, es 0,678. Recuérdese que para obtener el valor de este parámetro, he construido un escenario de referencia en el que no existe Seguridad Social, y en el que la edad de retiro, el factor de escala de la función de producción y el "stock" de capital están predeterminados.

3. Resultados

Tras analizar los valores que toman las variables exógenas, el siguiente paso consistirá en realizar los ejercicios de simulación. La mayor esperanza de vida y la caída en la natalidad durante estos últimos años son factores que acentúan el proceso de envejecimiento de la población en algunos países desarrollados. Dado mi modelo, analizo la incidencia de estos factores sobre la economía en general, y el sistema público de pensiones en particular. Los resultados obtenidos de la estática comparativa entre estados estacionarios, los he tabulado con el objeto de facilitar su análisis. En cada caso obtengo, por una parte, el "stock" de capital y el precio de los factores productivos. Por otra, las variables relacionadas con la Seguridad Social, que en mi modelo se materializan en pensión de jubilación, tipos de cotización y tasa de sustitución, pudiendo considerar a esta última como un indicador de la generosidad del sistema. Por último, incluyo la edad de retiro y otras variables que tienen conexión con la demo-

(20) Esta restricción la incluyo únicamente en dos de los escenarios que definen el diseño del sistema público de pensiones: cuando b es fija y cuando S es fija. Su justificación es por motivos operativos. Sólo son dos las restricciones relacionadas con la Seguridad Social, (10) y (17), pero tres son las variables asociadas a determinar (θ_T, θ_E y S) y (θ_T, θ_E y b) para cada diseño respectivamente, motivo éste el de la inclusión de esta restricción adicional.

grafía. En este sentido, muestro las proporciones que sobre el total de la población suponen los adultos, viejos, pensionistas y cotizantes. Asimismo, analizo el ratio entre estos dos últimos y la tasa de crecimiento poblacional. Todos estos resultados se presentan en los Cuadros I y II.

Dada la complejidad del sistema de ecuaciones no lineales, para obtener las raíces, he utilizado la propiedad de *homotopía*, de forma reiterada. Esto es, he comenzado resolviendo el sistema de ecuaciones dados los parámetros demográficos que reproducen la tasa de crecimiento poblacional de 1994, y una vez conseguida la convergencia, he analizado la incidencia de los cambios en la natalidad y en la mortalidad sobre todas las variables estudiadas, aproximando en sucesivas etapas los valores de la tasa de crecimiento poblacional a un nuevo valor retardado, y tomando como punto inicial de búsqueda de solución las raíces obtenidas en la etapa anterior. En particular, he dividido el período 1964-1992 en ocho etapas de cuatro años.

3.1. Caída en la natalidad

Los efectos generados por una caída en la natalidad se resumen en el Cuadro I. Como puede apreciarse, en general, difieren en función del diseño adoptado por la Seguridad Social. Varios son los resultados a destacar. En primer lugar, la tendencia seguida por las variables económicas, esto es, acumulación de capital, tipo de interés y salario es robusta a dicho diseño. En particular, el "stock" de capital aumenta a medida que disminuye la tasa de crecimiento poblacional [k, columna 1]. La caída en la natalidad y, consiguientemente, en n, ejerce un efecto creciente sobre k, garantizando así el estado estacionario en la economía. Una vez alcanzado éste, el ahorro (y la inversión) por trabajador será el necesario para mantener la relación capital-trabajo constante al aumentar la fuerza de trabajo. Consecuencia de lo anterior es la tendencia decreciente del tipo de interés [r, col. 2] y creciente del salario. Respecto a este último, cabe destacar que tanto $w(1+\theta_E)$ [w_E, col. 3], como $w(1-\theta_T)$ [w_T, col. 4], siguen idéntica trayectoria.

En segundo lugar, destacar el aumento en la edad de retiro [R, col. 5]. Esto es, los individuos abandonan más tarde el mercado laboral para obtener más rentas del trabajo que les permitan mantener una trayectoria óptima suave para el consumo.

En relación a las variables demográficas, y con independencia del régimen considerado para caracterizar a la Seguridad Social, se tiene que una caída en la natalidad afecta negativamente a la tasa de crecimiento poblacional, manifestándose, como era de esperar, en una menor proporción de adultos [j, col. 6] y mayor proporción de ancianos [v, col. 7] sobre el total de la población, dando lugar, por tanto, a un envejecimiento demográfico. Asimismo, dada la edad legal de jubilación, el menor número de nacimientos genera una mayor proporción de beneficiarios del sistema de pensiones [m, col. 9], una menor proporción de los que lo sustentan [ℓ, col. 8], y consiguientemente, un mayor ratio de dependencia [d_2, col. 10]. Como se muestra en el Cuadro I, la proporción de cotizantes disminuye. Este último resultado recoge implícitamente dos hechos. Primero, el efecto negativo que la caída en la tasa de crecimiento poblacional (derivada del descenso en la natalidad) ejerce sobre el número de individuos que ofrecen sus servicios al mercado laboral y, en consecuencia, aportan recursos a la Seguridad Social. Segundo, el efecto positivo que implica un retraso en la edad de retiro: el menor número de cotizantes sustenta a este organismo público durante un período más prolongado. Basta comparar la edad de retiro [R, col. 5] correspondiente a

n_{64} y n_{94}, que aumenta aproximadamente en cuatro años, siendo períodos adicionales para ayudar a mantener financieramente el sistema de pensiones. En vista de los resultados, el efecto predominante es el primero.

Las variables relacionadas con la Seguridad Social también se ven afectadas, claro está, por esta tendencia demográfica. Nótese además que su trayectoria es sensible al escenario que define la forma de financiación de este organismo público. Con respecto al primero de los diseños [ver Cuadro I.1], que considera unos tipos de cotización dados exógenamente, dos son los resultados a destacar. En primer lugar, una caída en la pensión de jubilación [b, col. 11]. El aumento en las contribuciones pagadas a la Seguridad Social por individuo, derivado del aumento en la base salarial sobre la que se aplican estos tipos, se ve más que compensado por el aumento en la relación pensionistas-cotizantes, dando lugar a este descenso en las prestaciones sociales. En otras palabras, resulta ser más significativo el efecto que la menor la tasa de crecimiento poblacional ejerce sobre el ratio de dependencia que sobre el salario. Más salario y menos pensión se traduce, por tanto, en una menor generosidad del sistema de protección social [q, col. 12]. En segundo lugar, la diferencia entre el valor actual descontado de las cotizaciones y de las pensiones tiende a aumentar [S, col. 13]. Por un lado, y derivado del aumento en la edad de retiro, del mayor salario y del menor tipo de interés, se tiene una tendencia creciente en el valor presente de las cotizaciones. Por otro lado, y siguiendo la trayectoria contraria, están las pensiones que percibe cada individuo durante su jubilación (descontadas, de nuevo, al presente). Conjugando ambos efectos, se justifica el aumento de S.

Los resultados difieren si consideramos el régimen en el que las pensiones están fijadas por la Administración [ver Cuadro I.2]. El mantenimiento de un presupuesto público equilibrado exige un aumento en las tasas de contribución, tanto de los trabajadores como de las empresas, ante el menor número de nacimientos. Por una parte, las pensiones totales que la Seguridad Social proporciona en cada período aumentan, dado que hay un mayor número de beneficiarios. Por otra parte, la proporción de cotizantes disminuye, y aún cuando los salarios son mayores es necesario una elevación de las tasas de contribución para que exista equilibrio en el presupuesto público. En consecuencia, estas tasas [θ_E y θ_T , col. 12 y 13] aumentan a medida que disminuye la tasa de crecimiento demográfico, pasando, las aportadas por los trabajadores, del 0,31% de las rentas salariales brutas en 1964 al 0,56% en 1994, y del 1,56% al 2,82%, las de las empresas. Fijada la pensión, el mayor salario da lugar a un menor ratio de sustitución [q, col. 11]. En relación al parámetro S [col. 14], y al igual que en el caso anterior, sigue una trayectoria creciente, por cuanto el incremento en las cotizaciones aportadas por el individuo durante su vida activa es mayor que el de las pensiones de jubilación, en términos de valor presente.

Respecto al último de los diseños empleados para caracterizar a la Seguridad Social, en el que el parámetro S es exógeno, hay que resaltar la tendencia creciente seguida por las pensiones [b, col. 11] y por los tipos de cotización [θ_E y θ_T , col. 13 y 14]. Es menor la proporción de cotizantes y mayor la de beneficiarios de las pensiones públicas, lo cual afecta de forma directa a los tipos de cotización, elevándolos, para garantizar el equilibrio en el presupuesto público. Nótese además que para mantener un valor dado de S, el aumento de θ_T y θ_E, debe ir acompañado de un aumento en las prestaciones sociales, como se aprecia en la Cuadro I.3.

Cuadro I: Caída en la tasa de natalidad

CUADRO I.1: TIPOS DE COTIZACIÓN EXÓGENOS

	k	r	w_E	w_T	R	j	v	ℓ	m	d_2	b	q	S
n_{64}= 0,01346	13,254	0,036	1,431	1,094	32,603	0,591	0,409	0,815	0,085	0,104	7,264	6,315	-2,477
n_{68}= 0,01161	13,257	0,036	1,431	1,094	33,138	0,579	0,421	0,811	0,091	0,113	6,649	5,780	-2,059
n_{72}= 0,01121	13,276	0,036	1,432	1,094	33,263	0,576	0,424	0,811	0,093	0,115	6,525	5,670	-1,983
n_{76}= 0,01053	13,321	0,036	1,433	1,095	33,482	0,572	0,428	0,809	0,095	0,118	6,321	5,488	-1,861
n_{80}= 0,00750	13,651	0,035	1,442	1,102	34,542	0,552	0,448	0,804	0,108	0,134	5,498	4,745	-1,404
n_{84}= 0,00453	14,125	0,034	1,454	1,112	35,700	0,531	0,469	0,799	0,122	0,152	4,804	4,110	-1,038
n_{88}= 0,00256	14,504	0,034	1,464	1,119	36,534	0,516	0,484	0,795	0,132	0,165	4,394	3,735	-0,822
n_{92}= 0,00167	14,691	0,033	1,468	1,122	36,928	0,510	0,490	0,794	0,136	0,172	4,221	3,576	-0,729
n_{94}= 0,00074	14,894	0,033	1,473	1,126	37,348	0,503	0,497	0,792	0,142	0,179	4,049	3,419	-0,636

CUADRO I.2: PENSIÓN DE JUBILACIÓN EXÓGENA

	k	r	w_E	w_T	R	j	v	ℓ	m	d_2	θ	θ_E	θ_T	S
n_{64}= 0,01346	16,240	0,031	1,506	1,478	39,781	0,591	0,409	0,882	0,085	0,096	0,419	0,016	0,003	-0,345
n_{68}= 0,01161	16,567	0,030	1,513	1,483	40,255	0,579	0,421	0,878	0,091	0,104	0,418	0,017	0,003	-0,338
n_{72}= 0,01121	16,641	0,030	1,515	1,484	40,361	0,576	0,424	0,877	0,093	0,106	0,418	0,017	0,003	-0,337
n_{76}= 0,01053	16,767	0,030	1,518	1,486	40,546	0,572	0,428	0,875	0,095	0,109	0,417	0,018	0,004	-0,334
n_{80}= 0,00750	17,362	0,029	1,531	1,494	41,418	0,552	0,448	0,868	0,108	0,124	0,415	0,021	0,004	-0,319
n_{84}= 0,00453	17,997	0,029	1,545	1,502	42,360	0,531	0,469	0,860	0,122	0,141	0,412	0,024	0,005	-0,298
n_{88}= 0,00256	18,448	0,028	1,554	1,507	43,038	0,516	0,484	0,854	0,132	0,154	0,410	0,026	0,005	-0,281
n_{92}= 0,00167	18,660	0,028	1,559	1,510	43,359	0,510	0,490	0,852	0,136	0,160	0,410	0,027	0,005	-0,272
n_{94}= 0,00074	18,885	0,028	1,563	1,512	43,702	0,503	0,497	0,849	0,142	0,167	0,409	0,028	0,006	-0,262

CUADRO I.3: PARÁMETRO S EXÓGENO

	k	r	w_E	w_T	R	j	v	ℓ	m	d_2	b	q	θ_E	θ_T
n_{64}= 0,01346	16,278	0,031	1,506	1,486	39,947	0,591	0,409	0,883	0,085	0,096	0,461	0,309	0,012	0,002
n_{68}= 0,01161	16,620	0,030	1,514	1,491	40,436	0,579	0,421	0,879	0,091	0,104	0,468	0,313	0,013	0,003
n_{72}= 0,01121	16,696	0,030	1,516	1,493	40,545	0,576	0,424	0,878	0,093	0,106	0,470	0,314	0,013	0,003
n_{76}= 0,01053	16,827	0,030	1,519	1,495	40,732	0,572	0,428	0,877	0,095	0,109	0,474	0,316	0,014	0,003
n_{80}= 0,00750	17,436	0,029	1,533	1,503	41,607	0,552	0,448	0,869	0,108	0,124	0,496	0,329	0,016	0,003
n_{84}= 0,00453	18,068	0,029	1,546	1,510	42,519	0,531	0,469	0,861	0,122	0,141	0,530	0,350	0,020	0,004
n_{88}= 0,00256	18,500	0,028	1,555	1,513	43,147	0,516	0,484	0,855	0,132	0,154	0,564	0,371	0,023	0,005
n_{92}= 0,00167	18,697	0,028	1,560	1,513	43,433	0,510	0,490	0,852	0,136	0,160	0,584	0,384	0,025	0,005
n_{94}= 0,00074	18,899	0,028	1,564	1,513	43,729	0,503	0,497	0,849	0,142	0,167	0,609	0,400	0,028	0,006

CLAVE: n_t tasa de crecimiento poblacional en t, k stock de capital por unidad de trabajo, r tipo de interés, $w_E = w(1+\theta_E)$ y $w_T = w(1-\theta_T)$, R edad de retiro, j y v proporción de adultos y de ancianos, ℓ y m proporción de cotizantes y pensionistas, $d_2 = m/\ell$, b pension, q ratio de sustitución, θ_E y θ_T tipos de cotización de empresa y trabajador, S diferencia entre el valor presente de las cotizaciones y las pensiones para el individuo.

3.2. *Aumento en la esperanza de vida*

En el Cuadro II muestro los efectos de una prolongación en la vida del individuo. En primer lugar, e independientemente de cómo esté configurada la Seguridad Social, se tiene que una caída en la mortalidad, al igual que un descenso en la natalidad, eleva el stock de capital [k, col. 1], alterando, por tanto, los precios de los factores. El tipo de interés sigue una tendencia decreciente [r, col. 2], mientras que los salarios siguen una tendencia creciente [w_E y w_T, col. 3 y 4, respectivamente].

De forma análoga, se retrasa la edad de retiro [R, col. 5]. Los trabajadores deciden abandonar más tarde el mercado laboral para obtener mayores rentas del trabajo que garanticen una trayectoria óptima suave de consumo durante el retiro.

Al igual que el descenso en la natalidad, y como era de esperar, el aumento en la esperanza de vida afecta a las variables poblacionales. Independientemente del diseño de la Seguridad Social, reduce la proporción de adultos [j, col. 6], elevando, por tanto, la de ancianos en relación al total de la población [v, col. 7]. Asimismo, la proporción de pensionistas tiende a aumentar [m, col. 9]. La tendencia seguida por los cotizantes [ℓ, col. 8], sin embargo, no es robusta al diseño de la Seguridad Social. Si consideramos un régimen de pensiones constantes, disminuye, mientras que en los otros dos casos, la evolución es la contraria. Nótese que no sólo depende, directamente, del aumento en la esperanza de vida sino también, indirectamente, del retraso en su edad de retiro. No obstante, este resultado no es relevante por cuanto el comportamiento de la relación pensionistas-cotizantes es idéntico en los tres escenarios alternativos [d_2, col. 10].

Otros aspectos significativos vienen dados por la evolución de las variables relacionadas con la Seguridad Social que, de nuevo, dependen de cómo se estructure este organismo público. En primer lugar, si los trabajadores y las empresas contribuyen con una proporción dada del salario [ver Cuadro II.1], los pensionistas ven reducida su prestación por jubilación [b, col. 11]. Téngase en cuenta que el aumento en la relación pensionistas-cotizantes es mayor que el experimentado por la base impositiva, esto es, el salario bruto para el trabajador, y el mantenimiento de un presupuesto público equilibrado requiere, por tanto, un recorte de dichas prestaciones sociales. Un mayor salario y una menor pensión se traducen, claro está, en una menor generosidad de este sistema de protección social [q, col. 12]. Destacar también la trayectoria decreciente del parámetro S [col. 13]. Aumentos en la edad de retiro y en el salario, junto con reducciones en la pensión y en el tipo de interés, elevan el valor presente de las cotizaciones y de las pensiones, predominando el primer incremento, y provocando así el aumento de S.

En relación al segundo de los diseños, esto es, cuando las pensiones están dadas y son los tipos de cotización los que se deben ajustar, destacar el aumento de estos últimos para garantizar el equilibrio en el presupuesto de la Seguridad Social [θ_E y θ_T, col. 12 y 13]. De nuevo, el efecto de la caída en la mortalidad sobre el ratio de dependencia es mayor que la incidencia sobre el salario, por tanto, para garantizar un nivel fijo de pensiones para cada individuo es necesario que aumenten los tipos impositivos. Asimismo, como se puede observar en el Cuadro II.2, la diferencia entre el valor presente de las cotizaciones y de las pensiones tiende a disminuir a medida que el horizonte de vida del individuo aumenta [S, col. 14]. Esto es debido a que la caída en la tasa de mortalidad se ve acompañada de un notable descenso en los tipos de interés, generando un menor aumento en el valor descontado de las primeras que en el de las segundas.

Cuadro II: Caída en la tasa de mortalidad

CUADRO II.1: TIPOS DE COTIZACIÓN EXÓGENOS

	k	r	w_E	w_T	R	j	v	ℓ	m	d_2	b	q	S
$\lambda = 0{,}060$	12,015	0,039	1,396	1,067	32,616	0,550	0,450	0,791	0,098	0,124	6,197	5,521	0,007
$\lambda = 0{,}058$	12,485	0,038	1,410	1,078	33,375	0,542	0,458	0,791	0,105	0,133	5,716	5,044	-0,100
$\lambda = 0{,}056$	12,988	0,037	1,424	1,088	34,193	0,533	0,467	0,792	0,113	0,143	5,272	4,607	-0,213
$\lambda = 0{,}054$	13,526	0,035	1,438	1,100	35,076	0,525	0,475	0,792	0,121	0,153	4,862	4,205	-0,334
$\lambda = 0{,}052$	14,105	0,034	1,453	1,111	36,031	0,515	0,485	0,792	0,130	0,164	4,484	3,838	-0,462
$\lambda = 0{,}050$	14,727	0,033	1,469	1,123	37,068	0,506	0,494	0,792	0,139	0,176	4,134	3,500	-0,599

CUADRO II.2: PENSIÓN DE JUBILACIÓN EXÓGENA

	k	r	w_E	w_T	R	j	v	ℓ	m	d_2	q	θ_E	θ_T	S
$\lambda = 0{,}060$	16,128	0,031	1,503	1,471	38,070	0,550	0,450	0,850	0,098	0,116	0,421	0,018	0,004	-0,115
$\lambda = 0{,}058$	16,583	0,030	1,513	1,478	38,984	0,542	0,458	0,850	0,105	0,124	0,419	0,019	0,004	-0,135
$\lambda = 0{,}056$	17,067	0,030	1,524	1,486	39,963	0,533	0,467	0,850	0,113	0,133	0,417	0,021	0,004	-0,158
$\lambda = 0{,}054$	17,584	0,029	1,536	1,494	41,015	0,525	0,475	0,850	0,121	0,142	0,414	0,023	0,005	-0,184
$\lambda = 0{,}052$	18,136	0,028	1,548	1,502	42,148	0,515	0,485	0,849	0,130	0,153	0,412	0,025	0,005	-0,215
$\lambda = 0{,}050$	18,727	0,028	1,560	1,510	43,372	0,506	0,494	0,849	0,139	0,164	0,410	0,028	0,006	-0,251

CUADRO II.3: PARÁMETRO *S* EXÓGENO

	k	r	w_E	w_T	R	j	v	ℓ	m	d_2	b	q	θ_E	θ_T
$\lambda = 0{,}060$	15,418	0,032	1,486	1,400	36,912	0,550	0,450	0,839	0,098	0,117	1,674	1,184	0,051	0,010
$\lambda = 0{,}058$	16,060	0,031	1,501	1,426	38,097	0,542	0,458	0,842	0,105	0,125	1,337	0,930	0,044	0,009
$\lambda = 0{,}056$	16,693	0,030	1,516	1,448	39,306	0,533	0,467	0,844	0,113	0,134	1,093	0,749	0,039	0,008
$\lambda = 0{,}054$	17,340	0,029	1,530	1,469	40,569	0,525	0,475	0,846	0,121	0,143	0,906	0,612	0,034	0,007
$\lambda = 0{,}052$	18,010	0,029	1,545	1,489	41,909	0,515	0,485	0,847	0,130	0,153	0,757	0,505	0,031	0,006
$\lambda = 0{,}050$	18,713	0,028	1,560	1,508	43,344	0,506	0,494	0,849	0,139	0,164	0,636	0,419	0,028	0,006

CLAVE: λ tasa de mortalidad, k stock de capital por unidad de trabajo, r tipo de interés, $w_E = w(1+\theta_E)$ y $w_T = w(1-\theta_T)$, R edad de retiro, j y v proporción de adultos y de ancianos, ℓ y m proporción de cotizantes y pensionistas, $d_2 = m/\ell$, b pension, q ratio de sustitución, θ_E y θ_T tipos de cotización de empresa y trabajador, S diferencia entre el valor presente de las cotizaciones y las pensiones para el individuo.

En el último de los diseños, tanto la pensión como las tasas de contribución se ven alteradas, garantizando así un sistema de reparto puro, y el mantenimiento de una diferencia dada entre el valor presente de las cotizaciones y de las pensiones para cada individuo. Como se aprecia en el Cuadro II.3, es mayor la proporción de individuos que aporta recursos a la Seguridad Social, siendo además mayor la base sobre la que cotizan, lo cual justifica la caída en los tipos de contribución [θ_E y θ_T, col. 13 y 14], para mantener el esquema de financiación de reparto. Nótese asimismo que las prestaciones también deben reducirse [*b*, col. 11], si se pretende garantizar un valor dado del parámetro *S* para cada individuo.

3.3. Retraso en la edad legal de jubilación

Con independencia de cuál sea la estructura de financiación del sistema público de pensiones, el envejecimiento demográfico, debido a una caída en la natalidad y/o una prolongación en el horizonte de vida del individuo, eleva, pues, la proporción de beneficiarios de pensiones y reduce, en general, la de cotizantes. En este sentido, si siguen las tendencias demográficas actuales deben ajustarse pensiones y/o cotizaciones, manteniendo así el esquema de reparto de la Seguridad Social. Es necesario, como ya se ha visto, una reducción en la cuantía de la prestación y/o una elevación en la aportación de trabajadores y empresas para financiar a este organismo.

Adicionalmente, la adopción de medidas alternativas por parte de la Seguridad Social podría evitar también desviaciones del equilibrio financiero. Son varias las propuestas barajadas en medios extraacadémicos. Algunas tratan de incentivar la natalidad con el objeto de incrementar el número de cotizantes y por tanto, elevar la fuente de ingresos del organismo público, no obstante, su eficacia depende de las decisiones individuales. Otras tendencias se orientan hacia una reforma que permita el mantenimiento de sistemas mixtos de protección: un sistema de reparto, complementado con planes privados de pensiones financiados mediante técnicas de capitalización, permitiendo conjugar así las ventajas ofrecidas por ambos sistemas. La tendencia mayoritaria, no obstante, sugiere que se incida directamente sobre la propia Seguridad Social. En este sentido, y siguiendo con las conclusiones de este modelo, son muchos los que proponen aumentar los tipos de cotización y/o reducir la cuantía de las prestaciones. Otros creen conveniente emprender medidas para controlar el fraude al que está sometido este organismo público. La flexibilización de la edad legal de jubilación es también otra alternativa a tener en cuenta. Un retraso de este momento incidiría positivamente en la situación financiera de la Seguridad Social, al proporcionar durante un período más reducido dichas prestaciones.

A pesar de la simplicidad de mi modelo, se puede analizar la incidencia de este retraso. Los resultados aparecen en el Cuadro III. El comportamiento de las variables demográficas es semejante bajo los tres escenarios alternativos que caracterizan a la Seguridad Social. Dadas las tasas de natalidad y mortalidad, un aumento paulatino en la edad legal de jubilación desde los 65 hasta los 70 años, no altera la tasa de crecimiento poblacional, ni las proporciones de adultos y ancianos en relación al total de la población [*j* y *v*, col. 6 y 7]. No obstante, y como era de esperar, los beneficiarios de las prestaciones públicas disminuyen [*m*, col. 9]. La tendencia seguida por los cotizantes varía en función del diseño adoptado por la Seguridad Social. Considerando el esquema de tipos de cotización fijos o el de pensiones fijas [ℓ, col. 8 de Cuadros III.1 y III.2], esta proporción aumenta, sin embargo, en el tercero de los casos la tendencia es la contraria. Recuérdese que está directamente relacionada con la edad de retiro. La

Cuadro III: Retraso en la edad de jublicación

CUADRO III.1: TIPOS DE COTIZACIÓN EXÓGENOS

	k	r	w_E	w_T	R	j	v	ℓ	m	d_2	b	q	S
g*= 45	14,894	0,033	1,473	1,126	37,348	0,503	0,497	0,792	0,142	0,179	4,049	3,419	-0,636
g*= 46	14,777	0,033	1,470	1,124	37,376	0,503	0,497	0,792	0,135	0,170	4,250	3,595	-0,502
g*= 47	14,666	0,033	1,468	1,122	37,405	0,503	0,497	0,793	0,128	0,161	4,461	3,781	-0,376
g*= 48	14,562	0,035	1,465	1,120	37,433	0,503	0,497	0,793	0,122	0,154	4,683	3,977	-0,255
g*= 49	14,463	0,034	1,463	1,118	37,461	0,503	0,497	0,793	0,116	0,146	4,917	4,182	-0,140
g*= 50	14,369	0,034	1,460	1,116	37,488	0,503	0,497	0,794	0,110	0,139	5,163	4,399	-0,308

CUADRO III.2: PENSIÓN DE JUBILACIÓN EXÓGENA

	k	r	w_E	w_T	R	j	v	ℓ	m	d_2	q	θ_E	θ_T	S
g*= 45	18,885	0,028	1,563	1,512	43,702	0,503	0,497	0,849	0,142	0,167	0,409	0,028	0,006	-0,262
g*= 46	18,895	0,028	1,564	1,515	43,757	0,503	0,497	0,849	0,135	0,158	0,408	0,027	0,005	-0,023
g*= 47	18,906	0,028	1,564	1,517	43,811	0,503	0,497	0,850	0,128	0,151	0,408	0,025	0,005	-0,205
g*= 48	18,918	0,028	1,564	1,520	43,862	0,503	0,497	0,850	0,122	0,143	0,407	0,024	0,005	-0,181
g*= 49	18,931	0,028	1,564	1,522	43,911	0,503	0,497	0,851	0,116	0,136	0,407	0,023	0,005	-0,159
g*= 50	18,944	0,028	1,565	1,525	43,958	0,503	0,497	0,851	0,110	0,129	0,406	0,022	0,004	-0,139

CUADRO III.3: PARÁMETRO *S* EXÓGENO

	k	r	w_E	w_T	R	j	v	ℓ	m	d_2	b	q	θ_E	θ_T
g*= 45	18,899	0,028	1,564	1,513	43,729	0,503	0,497	0,849	0,142	0,167	0,609	0,400	0,028	0,006
g*= 46	18,820	0,028	1,562	1,507	43,612	0,503	0,497	0,848	0,135	0,159	0,696	0,459	0,030	0,006
g*= 47	18,726	0,028	1,560	1,500	43,473	0,503	0,497	0,847	0,128	0,151	0,802	0,531	0,033	0,007
g*= 48	18,611	0,028	1,558	1,491	43,304	0,503	0,497	0,846	0,122	0,144	0,933	0,621	0,037	0,007
g*= 49	18,466	0,028	1,555	1,480	43,091	0,503	0,497	0,844	0,116	0,137	1,103	0,739	0,042	0,008
g*= 50	18,268	0,028	1,551	1,464	42,800	0,503	0,497	0,842	0,110	0,131	1,336	0,903	0,049	0,010

CLAVE: g* edad de jubilación, *k* stock de capital por unidad de trabajo, *r* tipo de interés, $w_E = w(1+\theta_E)$ y $w_T = w(1-\theta_T)$, *R* edad de retiro, *j* y *v* proporción de adultos y de ancianos, ℓ y *m* proporción de cotizantes y pensionistas, $d_2 = m/\ell$, *b* pensión, *q* ratio de sustitución, θ_E y θ_T tipos de cotización de empresa y trabajador, *S* diferencia entre el valor presente de las cotizaciones y las pensiones para el individuo.

evolución seguida por la relación pensionistas-cotizantes [d_2, col. 10], no obstante, es idéntica bajo los tres escenarios: el ratio de dependencia se reduce a medida que aumenta g^*.

En relación a las variables económicas [k, r, w_E, w_T] y a la edad de retiro [R, col. 5], nótese que su comportamiento es sensible al régimen que define la estructura del sistema de protección social.

Las variables que dependen directamente de la Seguridad Social se ven modificadas. Los resultados confirman nuestras expectativas de partida. Suponiendo que trabajadores y empresas contribuyen con una proporción dada del salario bruto [ver Cuadro III.1], un retraso en la edad legal de jubilación, eleva la pensión que percibe cada individuo [b, col. 11], y dado el menor nivel de salario, eleva también la generosidad del sistema público de reparto [q, col. 12]. Este resultado es razonable ya que un mayor número de cotizantes debe mantener a un menor número de pensionistas. En relación al valor presente de las contribuciones aportadas por el individuo y de las pensiones percibidas a lo largo de su vida, destacar la caída experimentada por ambas. La justificación se encuentra en la reducción del salario, el retraso en la edad legal de jubilación y el aumento en el tipo de interés al que se descuentan ambas variables. La evolución final de la diferencia entre la corriente de ingresos y pagos de la Seguridad Social para el individuo es creciente [S, col. 13], mostrando así, que el retraso en la edad legal de jubilación incide de forma significativa sobre la corriente de prestaciones que el sistema de protección social le proporciona.

Si la Administración Pública, por el contrario, pretende garantizar un nivel dado de pensiones por individuo en cada período [ver Cuadro III.2], debe ajustar los tipos de cotización. En este sentido, dado que un mayor número de cotizantes debe mantener a un menor número de pensionistas, y dado que la base impositiva, esto es, el salario bruto es cada vez mayor, tanto trabajadores como empresas podrán contribuir con un tipo inferior [θ_E, θ_T, col. 12 y 13] para mantener el equilibrio en el presupuesto público. Al igual que en el caso anterior, la evolución del parámetro S es creciente, al reducirse las pensiones en una mayor proporción que las cotizaciones aportadas a lo largo de la vida activa del trabajador, en términos de valor presente [S, col. 14].

En el último de los diseños considerados [ver Cuadro III.3], para garantizar el equilibrio en el presupuesto de la Seguridad Social y mantener una diferencia dada entre las pensiones que percibe un individuo durante su jubilación y las cotizaciones que ha realizado cuando formaba parte del mundo laboral, se requiere un ajuste tanto de las pensiones como de las contribuciones. En este sentido, la menor base de cotización, junto con el menor número de cotizantes, derivado del adelanto en la edad de retiro, justifica una elevación de las tasas de contribución [θ_E, θ_T, col. 13 y 14], y dado el valor de S, un aumento en las pensiones [b col. 11].

3.4. Análisis de sensibilidad: procesos demográficos alternativos

Una vez analizada la influencia que la caída en la natalidad y en la mortalidad ejerce sobre el comportamiento de ciertas variables, nos podríamos cuestionar si esta incidencia es robusta a la estructura demográfica supuesta o si, por el contrario, es sensible a la distribución de edades de la población. Para ello, considero otras especificaciones que caracterizan al proceso demográfico. Teniendo en cuenta únicamente el caso de poblaciones estables, presento otras dos posibles alternativas, caracterizadas éstas por sus tasas de supervivencia:

Caso A. El horizonte de vida del individuo es finito y cierto: hasta alcanzar la edad T la probabilidad de sobrevivir es igual a la unidad, pero para edades superiores a T, ésta es nula.

$$p(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & t > T. \end{cases} \qquad [2.A]$$

Idéntico supuesto, siendo el más habitual en la literatura sobre el ciclo vital, aparece por ejemplo, en Auerbach y Kotlikoff (1984), en Summers (1981) o en Seidman (1983)-(1984).

Caso B. Al igual que en Blanchard (1985), se puede suponer que todos los individuos se enfrentan a la misma probabilidad de supervivencia:

$$p(t) = e^{-\lambda t}, \qquad \lambda > 0, \quad t \geq 0, \qquad [2.B]$$

lo cual implicará que, independientemente de su edad, la probabilidad instantánea de fallecer es constante [juventud perpetua].

Considerando ambas especificaciones, realizo de nuevo los ejercicios de simulación. El procedimiento seguido para su resolución es semejante al ya presentado previamente. Dos son los principales resultados. Por un lado, los efectos de una caída en la natalidad son robustos a la especificación del proceso demográfico. Es decir, con independencia de la distribución de edades considerada, una reducción en β provoca una mayor acumulación de capital, k, un menor tipo de interés, r, y un mayor coste salarial para la empresa, w_E. Un retraso en la edad de retiro, R, un aumento en la relación pensionistas-cotizantes, d_2 y un mayor envejecimiento de la población (aumento de la proporción de ancianos y reducción de la de adultos) son otros resultados a destacar. Los efectos sobre las variables relacionadas con la Seguridad Social, esto es, b, θ_E, θ_T y S, dependen, al igual que el caso previamente analizado, del diseño de la Seguridad Social. Además siguen idéntica tendencia.

Por otro lado, y respecto a la mayor esperanza de vida, téngase en cuenta que queda reflejada en el caso A mediante un aumento en T, y en el B mediante una caída en la tasa de mortalidad. Los efectos de un aumento paulatino en el horizonte de vida del individuo, T, desde los setenta hasta los ochenta años son semejantes a los obtenidos para el proceso demográfico previamente descrito. Alguna discrepancia surge, sin embargo, al considerar la otra especificación para la probabilidad de supervivencia. En primer lugar, y con independencia de cómo esté estructurada la Seguridad Social, las proporciones de adultos, ancianos y pensionistas no se ven modificadas. Esto es consecuencia del método empleado en la elección de los valores de λ: dada la tasa de natalidad teórica en el período de referencia, he ajustado la tasa de mortalidad de forma que el crecimiento demográfico resultante se corresponda con el observado en la economía española a lo largo del período comprendido entre 1964 y 1994. Así, resulta que la λ teórica muestra una tendencia creciente, tomando un valor mínimo en 1964 de 0.036 y uno máximo de 0.049, en 1994. En segundo lugar, el retraso en la edad de retiro provoca un aumento en la proporción de cotizantes, ℓ, lo cual, dada la proporción de pensionistas, se manifiesta en un menor ratio de dependencia, que recoge la relación entre ambos. Respecto a la tendencia seguida por las variables relacionadas con la Seguridad Social, y al igual que en los otros dos procesos demográficos, es sensible al diseño de dicho organismo. Además, para cada escenario, los resultados difieren. Al contrario que en los casos anteriores, si las tasas de contribución están dadas, una caída en la mortalidad favorece a los beneficiarios de las pensiones al ver aumentada la cuantía de éstas. La justificación se encuentra en el mayor número de cotizantes que financia las prestaciones de un mismo número de jubilados. Si, por el contrario, la Administración Pública decide mantener una determinada pensión para los individuos, favorecerá a los trabajadores y a las empresas, que podrán contribuir con un tipo inferior. Por último, señalar que la incidencia de una caída en la mortalidad es robusta a la estructura poblacional supuesta, si se pretende garantizar un valor dado para la diferencia entre el valor presente de las cotizaciones y las pensiones a lo largo de la vida del individuo.

Asimismo, y a modo de comentario final, advertir que independientemente de cómo se estructure la financiación del sistema de protección social, los efectos de un retraso en la edad legal de jubilación no son sensibles al proceso demográfico considerado.

4. Conclusiones

El sistema de reparto que sirve de base a la Seguridad Social de nuestro país, y de otras economías europeas, parece encontrarse en estado crítico, debido principalmente a la caída que se ha producido en los últimos años, y que se prevé siga sucediendo, en la relación entre los cotizantes y los beneficiarios de las pensiones. El objetivo de este trabajo ha consistido precisamente en estudiar, en un marco de análisis simple, la incidencia de estos cambios demográficos en la financiación de la Seguridad Social, con el propósito de ilustrar los efectos que pueden surgir en el futuro si se mantiene la tendencia demográfica actual.

El modelo propuesto es demasiado simple para proporcionar propuestas concretas para la articulación de la política pública, sin embargo, resulta útil en la medida en que permite analizar las repercusiones que el desequilibrio entre cotizantes y beneficiarios de las pensiones genera sobre el sistema de protección social, desde un punto de vista de su financiación.

Los efectos que una caída en la natalidad y/o en la mortalidad ejercen sobre las variables económicas y las variables de interés demográfico son robustos a la especificación empleada para describir la estructura de la Seguridad Social. Por un lado, la mayor acumulación de capital viene acompañada por un menor tipo de interés y un mayor coste salarial para la empresa. Por otro lado, el envejecimiento de la población se acentúa, y el ratio pensionistas-cotizantes aumenta. Además, los individuos abandonan más tarde el mercado laboral.

Respecto al comportamiento de las prestaciones públicas y de los tipos de cotización, éstos resultan sensibles a dicha especificación. Dadas las tasas de contribución, un descenso en la natalidad y/o en la mortalidad incide negativamente sobre las pensiones que perciben los individuos durante su jubilación. Las contribuciones empresariales y las aportadas por los trabajadores, sin embargo, aumentan si la Administración Pública pretende mantener un nivel de prestaciones para los jubilados. Por último, si además de garantizar el equilibrio presupuestario en la Seguridad Social, se quiere conseguir una diferencia dada entre las cotizaciones pagadas durante la vida laboral del individuo y las pensiones percibidas al alcanzar la edad legal de jubilación, ambas variables deben ajustarse. Este ajuste, además dependerá de la causa del envejecimiento de la población (caída en la natalidad y/o aumento de la esperanza de vida).

Por último, subrayar, también, que los efectos de esta incidencia demográfica sobre el sistema de pensiones son robustos a la especificación del proceso demográfico, y en particular a la distribución de edades considerada.

A modo de comentario final, y continuando con esta línea de investigación, son varias las vías que se pueden abrir a partir de este trabajo. Una posible extensión consistiría en analizar las trayectorias de transición entre los estados estacionarios. Asimismo, se podría ampliar el modelo con el objeto de introducir otros aspectos que inciden en la Seguridad Social, distintos de los poblacionales. De esta forma, se analizarían los efectos de las distintas propuestas sugeridas en medios extraacadémicos con el propósito de favorecer la situación financiera de este organismo público [por ejemplo, la alteración en la forma de financiación de las pensiones, pasando del actual sistema de cotizaciones de los empresarios y trabajadores en activo (imposición directa) a un sistema basado en los impuestos sobre el gasto (imposición indirecta)].

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Auerbach, A. y L.J. Kotlikoff (1984): "Social Security and the Economics of the Demographic Transition", *Retirement and Economic Behaviour, Studies in Social Economics*, págs. 255-278.

Auerbach, A. y L.J. Kotlikoff (1987): "Simulating Alternative Social Security Responses to the Demographic Transition", *National Tax Journal 38,* págs. 153-168.

Blanchard, O. (1985): "Debt, Deficits, and Finite Horizons", *Journal of Political Economy*, vol. 93, nº 2, págs. 223-247.

Clark, R., J. Kreps y J. Spengler (1978): "Economics of Aging", *Journal of Economic Literature 16*, nº 3.

Compagnie, P. (1994): "Pensions Publiques et Vieillissement Démographique dans une Petite Économie Ouverte", CREPP-Université de Liège, Belgium.

Crawford, V. y D. Lilien (1981): "Social Security and the Retirement Decision", *The Quarterly Journal of Economics* 95, págs. 505-529.

Driffill, E. y H. Rosen (1983): "Taxation and Excess Burden: A Life Cycle Perspective", *International Economic Review*, vol. 24, nº 3, October, págs. 671-683

Echevarría, C.A. (1992): "Tres Ensayos acerca de la Distribución de Edad de la Población y el Presupuesto Público", Universidad del País Vasco.

Echevarría, C.A (1995): "Imposición y Distribución de Edades en un Modelo de Ciclo Vital y Crecimiento", *Revista Española de Economía*, Vol. 12, Nº 2, págs. 257-280

Echevarría, C.A. y A. Iza (1995): "Income Taxation and Finite Horizons in a Human Capital Growth Model", mimeo, Universidad del País Vasco. Julio.

Fabel, O. (1994a): "The Economics of Pensions and Variable Retirement Schemes", *Series in Financial Economics and Quantitative Analysis.*

Fabel, O. (1994b): "Social Security, Optimal Retirement, and Savings", *European Journal of Political Economy*, vol. 10, nº 4, págs. 783-803, December.

Feldstein, M. (1974): "Social Security, Induced Retirement, and Aggregate Capital Accumulation", *Journal of Political Economy*, vol. 82, nº 5, págs. 905-926.

Herce, J. A. (1994): "Consecuencias Socio-Económicas de las Tendencias Demográficas Españolas", *Documento de Trabajo 94-17*, FEDEA, Madrid.

Jensen, S.H. y S.B. Nielsen (1992): "Population Aging, Public Pensions and The Macroeconomy", *Working Paper 8-91, Institute of Economics*, Copenhagen Business School.

López García, M.A. (1992): "Sobre la Interacción entre la Demografía y el Diseño de la Seguridad Social", Departamento de Economía Aplicada, Universidad Autónoma de Barcelona, mimeo.

Lord, W. (1989): "The Transition from Payroll to Consumption Receipts with Endogenous Human Capital", *Journal of Public Economy*, n° 38, págs. 53-73.

Marchand, M. y P. Pestieau (1991): "Public Pensions: Choices for the Future", *European Economic Review*, n° 35, págs. 441-453.

Ministry of Economic Affairs (1994): "Elements of Social Security in 5 European Countries, a Comparison", Denmark, April 1994, 3'rd edition

Monasterio, C. (1989): "La financiación de la Seguridad Social en el marco de un sector público europeo", *Papeles de Economía Aplicada,* n.° 41, págs. 239-249.

Monés, M.A. (1995): "Pensiones Contributivas", *Hacienda Pública Española, I/1995*, págs. 175-185.

OCDE (1988): "Le Vieillisement Démographique. Conséquences pour la Politique Sociale", París.

Roche, I. C. (1991): "La Protección Social en España", *Los Sistemas de Seguridad Social y el Mercado Único Europeo, Colección Seguridad Social,* n° 10, págs. 341-360.

Sargent, T. (1987): "Macroeconomic Theory", 2nd. Edn., Academic Press.

Seidman, L. (1983): "Taxes in a Life Cycle Growth Model with Bequests and Inheritances", *American Economic Review*, vol. 73, n° 3, June, págs. 437-441.

Seidman, L. (1984): "Conversion to a Consumption Tax: The Transition in a Life-Cycle Growth Model", *Journal of Political Economy*, vol. 42, n° 2, págs. 247-267.

Schoen, R. (1988): "Modeling Multigroup Populations", *Ed. Plenum Press, N.Y.*

Summers, L.H. (1981): "Capital Taxation and Accumulation in a Life Cycle Growth Model", *American Economic Review*, vol. 71, September, págs. 533-544.

Velarde, J. (1990): "El Tercer Viraje de la Seguridad Social en España", *Instituto de Estudios Económicos.*

Wander, H. (1984): "What does it Cost to Support the Young and the Old Generations?", *Economic Consequences of Population Change in Industrialized Countries, Conference on Populations Economics*, págs. 238-257.

Wetterstrand, W.H. (1981): "Parametric Models for Life Insurance Mortality Data: Gompertz's Law over Time", *Transactions Soc. Actuaries*, n° 33, págs. 159-179.

Fecha de recepción del original: julio, 1996
Versión final: octubre, 1997

ABSTRACT

In this paper I analyze the effects that a fall in the birth rate and an increased life expectancy exert on a pay-as-you-go pension system. The consequences of delaying the legal retirement age are also considered. For that purpose I build an overlapping generations, life-cycle growth model that I solve numerically. A key feature of the model is the demographic process that endogenously originates the growth rate and the age distribution of the population as a result of the agse distributions of birth and survival rates. Four main results are obtained: first, given contribution rates, social security benefits must decrease when birth and mortality rates fall. Second, and for the same shocks, to guarantee the social benefits requires increasing contribution rates. Third, in both cases, the effects of postponing retirement age turn out to be the opposite. Fourth, these conclusions prove to be robust to alternative population structures.

Keywords: Social Security, demographic structure, induced retirement.