Revista de Economía Aplicada E A Número 19 (vol. VII), 1999, págs. 171 a 183

GAMS/MPSGE: UN SISTEMA PARA LA RESOLUCIÓN DE MODELOS DE EQUILIBRIO GENERAL APLICADO*

ANTONIO GÓMEZ GÓMEZ-PLANA
Universidad Pública de Navarra

Una de las razones por la que los modelos de equilibrio general aplicado son cada vez más empleados como instrumentos de análisis económico es la aparición de programas informáticos específicos para ellos. La carencia de una técnica de resolución robusta y manejable ha hecho que hasta mediados de los años setenta no haya sido habitual el empleo de este tipo de modelos. Sin embargo, la comercialización de paquetes informáticos como HERCULES, GEMPACK o GAMS ha permitido que se haya reducido la necesidad de conocimientos de programación y de desarrollo de algoritmos para poder resolver dichos modelos. Fruto de ello es la proliferación de trabajos relacionados con el análisis de políticas fiscales, comerciales y medioambientales que emplean como instrumento de análisis los modelos de equilibrio general aplicado.

En este trabajo queremos presentar uno de los últimos avances que ha facilitado la codificación y resolución de este tipo de modelos: el sistema GAMS/MPSGE. El sistema MPSGE (*Mathematical Programming System for General Equilibrium*), como complemento al programa GAMS (*General Algebraic Modelling System*), está pensado para la resolución de modelos de equilibrio general aplicado de tipo Arrow-Debreu. GAMS es un programa informático diseñado para resolver problemas a través de programación matemática. Permite solucionar, entre otros, problemas de optimización lineal, no lineal, entera mixta, entera mixta no lineal, sistemas restringidos no lineales y problemas de complementariedad. Para ello dispone como complementos de *solvers* específicos para cada tipo de problema, que pueden ser adquiridos independientemente.

Uno de los posibles usos de GAMS es la resolución de modelos de equilibrio general aplicado. GAMS puede resolver estos modelos por dos vías, en función del planteamiento que se haga de los mismos. La vía más tradicional ha sido a tra-

(*) Deseo agradecer las explicaciones que sobre aspectos relacionados con el programa he recibido de Javier Puértolas y Thomas Rutherford. Asimismo agradezco a Óscar Bajo sus sugerencias.

vés de su planteamiento como problema de optimización, generalmente no lineal. Este planteamiento suele implicar un elevado grado de complejidad en la estructura y codificación de las instrucciones. Para estos casos se pueden utilizar los algoritmos incluidos en los *solvers* específicos de optimización no lineal (MINOS y CONOPT).

La segunda vía consiste en plantear el modelo como un problema de complementariedad mixta, lo que permite incorporar ecuaciones y desigualdades. El sistema GAMS/MPSGE plantea los modelos de esta forma y presenta dos ventajas fundamentales sobre la vía anterior: en primer lugar se simplifica considerablemente la codificación de los modelos y, en segundo lugar, existen algoritmos eficientes para resolver este tipo de problemas. GAMS/MPSGE lleva incorporado el algoritmo incluido en el *solver* MILES y puede utilizar también el algoritmo del *solver* PATH.

En este trabajo vamos a comentar las características principales de la resolución de modelos de equilibrio general aplicado con GAMS/MPSGE, y las ventajas que ofrece respecto a su planteamiento como un problema de optimización codificado con GAMS.

El programa GAMS/MPSGE se dirige a aquellos investigadores que desean analizar, desde un punto de vista empírico, los efectos de políticas y de shocks económicos en un marco de equilibrio general, y que no desean profundizar en el diseño de algoritmos de resolución o en la programación de los sistemas de ecuaciones.

GAMS (versión 2.50) y GAMS/MPSGE están disponibles para DOS (DOS 3.0 y posteriores, Windows 3.1 ó 3.11, Windows 95, Windows NT y os/2), UNIX (SunOS 4.1.x, Sun Solaris 2.x, DEC ultrix, DEC alpha unix, sgi irix, ibm aix y hp-ux) y OPENVMS (VAX y DEC alpha).

GAMS no tiene incorporado ningún editor de texto, por lo cual es necesario utilizar alguno de los editores compatibles con el ordenador que se utilice. Editores como Emacs, Epsilon, Brief y Notepad suelen ser los recomendados con este programa.

Para el uso de GAMS en ordenadores personales que utilizan DOS es necesario que el ordenador disponga de coprocesador matemático y al menos de 2MB de RAM para modelos pequeños, 16MB para modelos medios, y una mayor capacidad para grandes modelos. La versión para Windows requiere Windows 95, Windows NT 3.51 o superiores. Necesita al menos 20MB de espacio en el disco duro, y 32MB de RAM para modelos grandes. Los requerimientos de GAMS para UNIX son de un mínimo de 20MB para el sistema, aunque para modelos de gran dimensión puede ser necesaria mayor memoria.

Este trabajo se ha dividido en 4 secciones. En la sección 1 resumimos las características y el método de análisis con este tipo de modelos, y se incluye una breve revisión de los algoritmos existentes para su resolución. Además se plantea un modelo sencillo de equilibrio general, tanto como problema de optimización, como de complementariedad. La sección 2 se centra en la utilización del programa informático. En la sección 3 se indica la documentación básica de esta aplicación, y recogemos en la sección 4 las conclusiones.

1. Resolución de modelos de equilibrio general aplicado

1.1. Características de los modelos de equilibrio general aplicado

Como indican Shoven y Whalley (1992), estos modelos tratan de convertir una estructura de equilibrio general walrasiano (que sería una representación abstracta de una economía) en un modelo que presente de forma realista una economía. Se utilizan para estudiar los efectos que ciertas medidas de política (fundamentalmente fiscal, comercial y medioambiental) o ciertos shocks de carácter económico, tienen sobre la economía de un país o de varios países.

Consideramos dos ejes en torno a los cuales se construye un modelo de este tipo:

– La especificación de los agentes que intervienen, que debe recoger cuál es su comportamiento supuesto. Por ejemplo, es habitual considerar a los consumidores como maximizadores de una función de utilidad sujetos a una restricción presupuestaria, o a los productores como maximizadores de beneficios sujetos a restricciones tecnológicas.

– La definición de equilibrio utilizada. En este sentido existen modelos que parten de los supuestos más ortodoxos del modelo Arrow-Debreu, y modelos que introducen extensiones de estos supuestos. Ejemplos de estas extensiones son la inclusión de rigideces en los mercados de factores, o de comportamientos no competitivos por parte de agentes productores.

En base a estos dos ejes se elaboran las ecuaciones del modelo, que también están restringidas por la disponibilidad de datos. Para este tipo de modelos se requiere lo que se conoce como una matriz de contabilidad social, que es un sistema contable que representa el equilibrio general de una economía. Estos datos, junto con otras fuentes complementarias, forman la base de datos del modelo.

Una vez definido el sistema de ecuaciones y completada la base de datos se lleva a cabo la calibración del modelo, esto es, el método por el que, para las formas funcionales supuestas, se fija el valor de los parámetros desconocidos de forma que el sistema de ecuaciones reproduce la base de datos como una solución de equilibrio del modelo. Obtenemos en ese momento el equilibrio base o de referencia del modelo.

El modelo calibrado ya puede emplearse para simular medidas de política económica (por ejemplo, con la variación de tipos impositivos) o cierto tipo de shocks (por ejemplo, con cambios en las dotaciones de factores). Las simulaciones que se pueden realizar con estos modelos se llevan a cabo a través de cambios en alguna o algunas de las variables que se representan en el equilibrio inicial. Tras ese cambio, el sistema de ecuaciones busca una nueva solución de equilibrio a través del uso de un algoritmo.

La comparación de los resultados del equilibrio de referencia y los del nuevo o nuevos equilibrios hallados en las simulaciones nos puede permitir llegar a algunas conclusiones sobre los ejercicios de análisis económico realizados.

1.2. Algoritmos para la resolución de modelos de equilibrio general aplicado

En esta sección resumimos la evolución de las técnicas de resolución de los modelos de equilibrio general aplicado, hasta llegar a la utilizada por GAMS/MPSGE. Esta resolución de sistemas de ecuaciones walrasianos parte de algoritmos que suelen seguir el mismo proceso: dada una situación inicial con unos determinados niveles de precios de bienes y factores, se calculan las funciones de exceso de demanda. Si existe exceso de demanda en algún mercado, se procede al ajuste en los precios correspondientes y se vuelven a calcular esas funciones. El proceso es iterativo y finaliza cuando se alcanza un equilibrio, de forma que para precios positivos no existan excesos de demanda en ningún mercado.

La clasificación tradicional de estos métodos de resolución basados en algoritmos los agrupa en tres tipos: algoritmos basados en la división del simplex, algoritmos que siguen el método Johansen/Euler y los que se fundamentan en el método Newton.

Algoritmos basados en la división del simplex. Está ampliamente reconocida la aportación que Herbert Scarf realizó para el desarrollo de los modelos de equilibrio general. A partir del teorema del punto fijo de Brower, Scarf (1967) desarrolló un algoritmo que permite obtener equilibrios y que se basa en un procedimiento que calcula puntos fijos.

El proceso del algoritmo implica la división de un simplex unitario de precios en un número finito de símplices más pequeños. El algoritmo permite el desplazamiento a través de los símplices adyacentes, evaluándolos como posibles puntos fijos y soluciones de equilibrio. Este desplazamiento sigue el argumento Lemke-Howson, que indica que se sigue una senda a través de una serie de desplazamientos o pasos de longitud fija (dada por la división del simplex), en la que no se permite que existan ciclos. Esto hace que haya un número limitado de iteraciones y que se alcance un equilibrio. Sin embargo el algoritmo de Scarf presenta dos inconvenientes, tal y como indican Shoven y Whalley (1992). El primero de ellos es que la cercanía del punto fijo obtenido (que es la solución) a las condiciones de equilibrio deseadas depende de la división que se haya hecho del simplex unitario inicial. Si los símplices derivados de la división son pocos, es probable que la solución no se aproxime en una cuantía suficiente a las condiciones de equilibrio deseadas. Esto implicaría que el simplex inicial debería ser otra vez dividido en un número mayor de símplices, y que habría que comenzar de nuevo el proceso iterativo. El segundo inconveniente hace referencia al punto donde debería volver a comenzar ese nuevo proceso iterativo. El algoritmo comienza inicialmente en un extremo del simplex, y por eso no existen ciclos. Si no se obtiene la solución deseada, el algoritmo de Scarf debe volver a comenzar otra vez en el extremo, con lo que no se puede volver a utilizar la solución anteriormente obtenida para proceder a su refinamiento.

Desarrollos posteriores han ido solucionando este tipo de inconvenientes, y ejemplo de ello son los algoritmos basados en los teoremas de punto fijo. Algoritmos como los de Merrill (1972), Kuhn y MacKinnon (1975) o Van der Laan y Talman (1979), solucionan algunos de los inconvenientes del algoritmo de Scarf, tales como la posibilidad de imprecisión de la solución obtenida, o la imposibilidad de reutilizar los resultados iniciales en nuevas búsquedas del equilibrio.

Entre las ventajas de estos algoritmos se encuentra el hecho de que los modelos que satisfacen las condiciones del teorema del punto fijo tienen garantizada la convergencia a un equilibrio. Sin embargo, desde mediados de los años ochenta este tipo de algoritmos ya no son muy utilizados y han sido los otros dos tipos los que han tenido un amplio uso para la resolución de modelos de equilibrio general aplicado.

Método Johansen/Euler. Johansen desarrolló y resolvió el que suele ser considerado primer modelo de equilibrio general aplicado, aunque no fue hasta comienzos de los años setenta cuando estos modelos empezaron a ser utilizados con mayor frecuencia como instrumentos de análisis económico. La aproximación de Johansen (1960) consiste en la resolución del sistema de ecuaciones del modelo a través de su linealización. El sistema linealizado se resuelve y las soluciones muestran los cambios que se producen en las variables endógenas en función de los cambios simulados en las variables exógenas. Estos cambios suelen ser interpretados como tasas de crecimiento de las variables.

El método es relativamente sencillo y proporciona resultados satisfactorios cuando se trata de obtener los efectos sobre las variables endógenas motivados por pequeños cambios en las variables exógenas. Sin embargo tiene como mayor inconveniente que los errores de aproximación aumentan cuando los cambios en las variables exógenas son grandes.

Método Newton. Desde mediados de los años setenta se han venido utilizando variantes del método de Newton para solucionar los sistemas de ecuaciones no lineales de los modelos de equilibrio general aplicado. Estos algoritmos son conocidos como de tipo Newton, Newton-Raphson o algoritmos jacobianos.

Parten de las funciones de exceso de demanda y calculan el jacobiano de las mismas, lo que implica la linealización del sistema. El proceso varía de unos algoritmos a otros en función del paso escogido para cambiar de unos precios, como solución posible de equilibrio, a otros precios.

Estos métodos pueden ser sensibles si el jacobiano es pequeño, aunque distinto de cero. Como la dirección del algoritmo depende del jacobiano, si éste es pequeño implicaría unos pasos iterativos muy grandes. Por ello los algoritmos suelen incorporar algún test de no singularidad y cambian de dirección si surge ese problema. Estos algoritmos son más eficientes que los basados en la división del simplex, pero presentan el inconveniente que, a diferencia de éstos, no garantizan la convergencia hacia un equilibrio. La mayor velocidad que muestran en el cálculo del equilibrio depende fundamentalmente del número de veces que debe ser calculado el jacobiano.

Dentro de este tipo de algoritmos se encuentran los de los *solvers* MILES[1] y PATH[2] El artículo de Mathiesen (1985) mostraba cómo puede representarse un

(1) Véase Rutherford (1993).

(2) Véase Dirkse y Ferris (1995).

equilibrio competitivo como un problema de complementariedad. A partir de este planteamiento, los algoritmos incluidos en los *solvers* MILES y PATH resuelven este tipo de problemas y son los que pueden utilizarse con la aplicación GAMS/MPSGE.

Estos dos algoritmos tienen propiedades similares de convergencia, pero utilizan vías distintas para el cálculo de las soluciones de los modelos de equilibrio general, por lo que disponer de ambos permite dar cierta robustez a los resultados. Por la complejidad que entraña, es frecuente que los modelos no incluyan las pruebas de existencia y unicidad de equilibrio y, por esto, la realización de las simulaciones con ambos *solvers* puede permitir detectar con más facilidad algún problema en este sentido. Si se está trabajando con un modelo del que se desconoce si existe un equilibrio y si éste es único, la comprobación de que algoritmos distintos permiten determinar un equilibrio idéntico da cierta robustez a los resultados.

1.3. Formulación de un modelo de equilibrio general aplicado

En esta sección se presenta un modelo de equilibrio general aplicado con los dos planteamientos que son representables en GAMS: como problema de optimización y como problema de complementariedad.

Como problema de optimización puede plantear ciertas dificultades conceptuales, ya que puede haber dudas sobre cuál es la variable que debe optimizarse. Esto puede ser especialmente problemático en modelos que representen a varios países o varios agentes (varios tipos de consumidores, sector público). Los modelos que no presentan este inconveniente pueden solucionarse sin ambigüedades como problemas de optimización y suelen ser de carácter no lineal.

Un ejemplo de un modelo de equilibrio general con un consumidor, un bien, factor trabajo y factor capital vendría definido en su plantemiento inicial por las siguientes ecuaciones:

$$U = U(x) \qquad [1]$$

$$Y = w\bar{L} + \bar{K} = px \qquad [2]$$

$$x = x(L, K) \qquad [3]$$

$$L = \bar{L} \qquad [4]$$

$$K = \bar{K} \qquad [5]$$

donde [1] es la función de utilidad U del consumidor definida sobre el bien x. La igualdad [2] muestra la restricción presupuestaria dadas las dotaciones fijas de trabajo $\bar{L}$ y capital $\bar{K}$, y el supuesto de que, por el supuesto de no saciabilidad, el consumidor gasta toda su renta Y en la adquisición del bien x, cuyo precio es p. El salario se denota por w y la renta del capital por r. En [3] se recoge que la demanda de bien x es igual a su oferta. La oferta depende de la tecnología utilizada con los factores de producción, e implica la demanda de esos factores (L y K). [4] y [5] muestran que la demanda de factor es igual a la oferta tanto para el trabajo, como para el capital.

La solución proviene de la maximización de la función de utilidad del consumidor (U) sujeta a las restricciones reflejadas en las otras cuatro ecuaciones, de donde se obtendría el nivel de actividad en la producción de bien x, el nivel de renta Y, y los precios del bien (p) y los factores (w,r).

El planteamiento del modelo como un problema de complementariedad, en la línea de los planteamientos de Mathiesen (1985) y Rutherford (1998), implicaría que el equilibrio vendría definido por el nivel positivo de renta (Y), el nivel de actividad de producción (x) y de precios (p,w,r), ambos no negativos, que satisfacen las condiciones de complementariedad:

$$x\,(wL + rK - px) = 0 \quad \textit{tal que} \quad \begin{cases} si & (wL + rK - px) > 0 \Rightarrow x = 0 \\ si & x > 0 \Rightarrow wL + rK - px = 0 \end{cases} \qquad [6]$$

$$p\,(x(L,K) - x) = 0 \quad \textit{tal que} \quad \begin{cases} si & (x(L,K) - x) > 0 \Rightarrow p = 0 \\ si & p > 0 \Rightarrow x(L,K) - x = 0 \end{cases} \qquad [7]$$

$$Y\,(px - w\bar{L} - r\bar{K}) = 0 \quad \text{tal que} \quad Y > 0 \;\; y \;\; (px - w\bar{L} - r\bar{K}) = 0 \qquad [8]$$

La expresión [6] presenta la condición de beneficios no negativos de las empresas que producen; la expresión [7] muestra que los excesos de demanda son nulos, excepto si los bienes son libres; y la expresión [8] recoge que el consumidor, por el supuesto de no saciabilidad, gasta toda su renta.

La ventaja que presenta GAMS/MPSGE consiste en que, a partir de la información que se debe introducir sobre las tecnologías existentes, las preferencias, y las dotaciones de factores de los consumidores, es capaz de plantear internamente el modelo de equilibrio general como un problema de complementariedad. Además con este planteamiento no surge la cuestión de la elección de la variable que se debe optimizar. Como resultado del problema se obtienen los precios, y los niveles de actividad y de renta, que serían las variables endógenas del modelo. En modelos que suponen extensiones al de Arrow-Debreu se incluyen además otras variables endógenas, ecuaciones o restricciones que recogen los supuestos adicionales.

2. Utilización del programa

2.1. *Codificación del modelo*

Presentamos en este apartado la estructura de las instrucciones codificadas que deben formularse cuando un modelo de equilibrio general aplicado se plantea como un problema de optimización y cuando se plantea como un problema de complementariedad utilizando GAMS/MPSGE.

Un modelo de equilibrio general aplicado solucionado como un problema de optimización no lineal puede presentarse en lenguaje GAMS y utilizar los *solvers* disponibles para este tipo de modelos. Estos *solvers* incluyen algoritmos que se consideran muy eficientes en la resolución de modelos no lineales. Los dos comercializados son MINOS y CONOPT (que posee 2 versiones).

La estructura de un programa que ejecutara la solución de un modelo de este tipo estaría formada por los siguientes *bloques de instrucciones:*

– Declaración de las dimensiones del modelo. Corresponde a la identificación del número de bienes, factores, consumidores, países, etc., que se incluyen en el modelo.

– Declaración de los datos. La inclusión de los datos puede hacerse a través de listas, tablas o de la asignación directa de valores a los parámetros o variables exógenas.

– Declaración de las variables endógenas. Consiste en la definición de las variables que forman parte de la solución del problema. Estas variables pueden acotarse, definirse como binarias, enteras, etc.

– Declaración de las ecuaciones del modelo. Estas ecuaciones corresponden a la parte más compleja para programar en GAMS, ya que al ser modelos que incluyen un número grande de ecuaciones, existen muchas posibilidades de que se puedan cometer errores. Veremos que esto puede ser relativamente evitado si se plantea el equilibrio del modelo como un problema de complementariedad y se usa GAMS/MPSGE. Éste evita la formulación de expresiones en las que es más probable cometer errores porque internaliza la derivación de varias funciones y de las condiciones de equilibrio del modelo. Con el planteamiento de problema de optimización no se puede utilizar GAMS/MPSGE, con lo que se deben especificar las ecuaciones de acuerdo con la definición de equilibrio adoptada y designar la variable que se desea optimizar.

– Declaración de las órdenes de ejecución del programa y de las simulaciones. Se realiza la elección del *solver* para la resolución del problema y se ordena la calibración del mismo. Después se incluyen las órdenes de las simulaciones que se quieren realizar.

Si el planteamiento del modelo es a través de GAMS/MPSGE, el equilibrio se estima a través de un problema de complementariedad. Conviene señalar que los problemas de complementariedad se pueden resolver también con GAMS y los *solvers* MILES y PATH sin necesidad de utilizar GAMS/MPSGE, pero en ese caso se plantea el mismo problema de la complejidad de la codificación del modelo.

Si se usa GAMS/MPSGE la codificación de un modelo tipo la dividimos previamente en dos partes. En la primera de ellas se siguen las normas de GAMS y la segunda es específica de GAMS/MPSGE.

La parte correspondiente a GAMS comprendería, a su vez, distintos *bloques de instruciones:*

– Declaración de las dimensiones del modelo. Igual que para el caso de optimización.

– Declaración de los datos. Igual que para el caso de optimización.

La parte específica de GAMS/MPSGE está formada por los siguientes *bloques de instrucciones:*

– Declaración del modelo. Se trata de la asignación de un nombre al modelo.

– Declaración de las variables endógenas. Se definen en este bloque los precios, niveles de actividad y niveles de renta. También pueden declararse otro tipo de variables auxiliares endógenas, que aparecen si el modelo presenta algún tipo de restricción (márgenes, rigideces en precios...) que aleja al modelo del equilibrio ortodoxo Arrow-Debreu.

– Declaración de los bloques de producción. Definen las tecnologías existentes y los impuestos endógenos o exógenos que pueden afectar a inputs y outputs. El programa permite incluir elasticidades de sustitución y transformación nulas, unitarias y constantes, lo que hace que se puedan representar funciones de tipo Leontief, Cobb-Douglas y CES.

– Declaración de los bloques de demanda. Definen las preferencias de los consumidores y sus dotaciones de factores. El programa permite representar funciones de tipo Leontief, Cobb-Douglas y CES aunque, incluyendo otras ecuaciones adicionales, pueden representarse también, por ejemplo, sistemas lineales de gasto o funciones Dixit-Stiglitz.

– Declaración de las restricciones. Si no se trata de un modelo de tipo Arrow-Debreu, en este bloque se incluirían las ecuaciones que indican posibles extensiones. Entre ellas está la introducción de rendimientos crecientes de escala, rigideces en los precios de los factores, racionamiento, modelos dinámicos, déficit o superávit en el saldo exterior o en el del sector público, otros tipos de funciones de utilidad, funciones de exportaciones e importaciones, etc.

– Declaración de las órdenes de ejecución del programa y de las simulaciones. Son similares a las del caso de optimización.

A continuación se explica con más detalle cómo se presentan los bloques de producción y demanda, que son los que evitan la compleja codificación de los sistemas de ecuaciones.

2.1.1. Definición del bloque de producción

Como hemos señalado, en este bloque se debe suministrar al programa la información que necesita para que estime la tecnología existente a partir de los datos del modelo y las funciones de costes correspondientes. Cada bloque de producción permite representar todos los anidamientos que se deseen. La composición un bloque tipo puede ser la siguiente:

`$PROD$`: Nivel actividad	`s`: Elasticidad			
`O`: Variable output	`Q`: Cantidad ref.	`P`: Precio ref.		
`I`: Variable input	`Q`: Cantidad ref.	`P`: Precio ref.	`A`: Agente	`T`: Impuesto
`I`: Variable input	`Q`: Cantidad ref.	`P`: Precio ref.		

En la primera línea se señala la actividad definida previamente y los valores de las elasticidades de sustitución o de transformación utilizados para cada nivel de anidamiento, que son necesarios para la calibración. En este caso se incluye la elasticidad de sustitución (`s:`) entre los inputs utilizados para producir el output.

En la primera columna se indican los nombres de las variables referidas a output (`O:`) e inputs (`I:`).

En la segunda columna aparecen las cantidades de referencia (`Q:`) utilizadas en la calibración.

En la tercera columna se incluyen los precios de referencia (P:), que también se usan para la calibración.

En la cuarta y quinta columnas hemos recogido el caso en el que el input incluido en esa línea se ve gravado con un impuesto *ad valorem* exógeno. En la cuarta columna se indica el agente recaudador (A:), al que el programa internamente asigna la renta recaudada que se obtiene sin que sea necesario dar más instrucciones dentro del programa. En la quinta columna se indica el tipo impositivo (T:). Con GAMS/MPSGE los impuestos también puede recaer sobre varios inputs, sobre el output o pueden tener carácter endógeno. Existe la posibilidad de incluir subvenciones, que tienen el mismo tratamiento que los impuestos pero a las que se añade un signo negativo.

2.1.2. Definición del bloque de demanda

La información que se incluye en este tipo de bloques permite al programa definir la función de utilidad y la restricción presupuestaria, de donde calcula también las funciones de demanda. En cada bloque de demanda también se pueden representar todos los anidamientos que se deseen. La composición un bloque tipo sería la siguiente:

$DEMAND$: Nombre consumidor	s: Elasticidad	
D: Bien demandado	Q: Cantidad ref.	P: Precio ref.
E: Factor	Q: Cantidad ref.	P: Precio ref.
E: Factor	Q: Cantidad ref.	P: Precio ref.

En la primera línea se indica el nombre del consumidor y los valores de las elasticidades de sustitución entre bienes consumidos (s:) para cada nivel de anidamiento.

En la primera columna se indican los nombres de los bienes demandados (D:) y de los factores con que está dotado el consumidor (E:).

En la segunda columna aparecen las cantidades de referencia (Q:) para la calibración.

En la tercera columna se incluyen los precios de referencia (P:) para la calibración.

2.2. Calibración del modelo

Una vez introducidos todos los datos e instrucciones que conforman el modelo, GAMS/MPSGE ejecuta internamente el modelo y realiza la calibración del mismo. Esto hace que no haya necesariamente que incluir ecuaciones para su desarrollo (como sucede cuando el modelo se presenta como un problema de optimización o de complementariedad codificado simplemente con GAMS) y se basa en que los datos de cantidades, precios y elasticidades suministrados para el equilibrio de referencia son suficientes derivar las funciones.

En el ejemplo del bloque $PROD$, para la calibración de una isocuanta de producción es suficiente con conocer el nivel de output en función de los dos inputs utilizados. Necesitamos como datos las cantidades y precios del output e inputs en el equilibrio de referencia, y la elasticidad de sustitución entre inputs.

Estos datos son justamente los que se incluyen en el bloque de producción (`$PROD$`). El conocimiento de las cantidades (`Q:`) nos da un punto de la isocuanta de la función que se está calibrando. Los precios relativos de los inputs (relación de los `P:` respectivos) en ese equilibrio de referencia indican la pendiente de la isocuanta en ese punto. Por último, la elasticidad de sustitución (`s:`) indica la curvatura de la isocuanta. En conclusión, a partir de toda esta información podemos derivar la isocuanta correspondiente. Respecto al bloque de demanda (`$DEMAND$`), una curva de indiferencia se calibra de la misma forma pero a partir de la información sumistrada sobre cantidades demandadas (`Q:`), precio de los bienes (`P:`) y la elasticidad de sustitución entre los mismos (`s:`).

Una vez calibrado el modelo, el programa genera internamente las funciones del modelo y los jacobianos necesarios para el algoritmo. Con los datos que se han incluido, el programa comprueba que el modelo verifica un equilibrio, que es el que hemos denominado equilibrio de referencia. A continuación el modelo ejecuta las instrucciones correspondientes a las simulaciones. Esto hace que en las ecuaciones se produzca algún desajuste que refleja un alejamiento de la situación de equilibrio inicial. En ese punto comienza a ejecutarse la rutina del algoritmo, que itera buscando una nueva solución de equilibrio.

2.3. Ficheros de salida

El fichero de salida (que se denota automáticamente como el fichero de entrada al que se añade la terminación `.lst`) ofrece los datos de forma que los errores referidos a la codificación tradicional en GAMS siguen detectándose de la misma forma. Este sistema facilita considerablemente su corrección, ya que en muchos casos se muestra la descripción específica del tipo de error detectado. El programa no continúa la resolución del modelo si halla un error de este tipo.

Otro tipo de errores son los de consistencia del modelo en el equilibrio de referencia. Estos errores pueden ser de tres tipos, acordes a las tres ecuaciones planteadas en el problema de complementariedad [6]-[8]. Son la existencia de excesos de demanda, de beneficios no nulos y de rentas no gastadas. Estos errores no hacen que el modelo deje de ejecutarse, por lo que es importante verificar en los ficheros de salida que no aparece ninguno, ya que en estos ficheros son fácilmente detectables.

En el fichero de salida de un modelo correctamente planteado y solucionado se ofrecen todos los resultados obtenidos para las variables endógenas (niveles de actividad, renta, precios, y las variables incluidas en las ecuaciones que son extensiones del modelo Arrow-Debreu). Existe la posibilidad de incluir instrucciones que suministren los datos de las variables exógenas, variables de control u otro tipo de variable o índice que se desee calcular.

3. Documentación

Existe una guía básica de GAMS realizada por Brooke *et al.* (1998) y disponible en la página web de GAMS. Esta guía es la versión actualizada del manual clásico de GAMS de Brooke *et al.* (1992).

Para la aplicación de GAMS con diversos modelos de carácter económico existe consenso en considerar el libro de Thompson y Thore (1992) como uno de los mejores. Para la aplicación concreta de modelos de equilibrio general aplicado con GAMS se encuentra el manual de Ginsburgh y Keyzer (1997) y la recopilación de artículos y documentos de trabajo de Rutherford (1998).

Dos fuentes que son frecuentemente actualizadas y de donde se ha obtenido una parte del material utilizado para este artículo son las páginas web de GAMS (http://www.gams.com y http://www.gams.de) y de Thomas F. Rutherford (http://robles.colorado.edu/tomruth/Home.html), autor de la aplicación MPSGE. En estas páginas se encuentran disponibles algunos de los artículos y documentos de trabajo citados aquí, y hay numerosos ejemplos de aplicaciones de modelos de equilibrio general y problemas planteados con GAMS/MPSGE, en algunos casos con las soluciones incorporadas.

La adquisición de la licencia de GAMS o de GAMS/MPSGE aporta también la denominada Model Library que incluye más de un centenar de modelos con sus codificaciones correspondientes, de los que unos treinta son modelos de equilibrio general aplicado.

4. Conclusiones

El sistema GAMS/MPSGE presenta, respecto a otros medios de resolución de modelos de equilibrio general aplicado, una ventaja destacada: la codificación de las ecuaciones de los modelos y de las condiciones de equilibrio es considerablemente más sencilla. Esto se debe a que el sistema internaliza gran parte de los cálculos. Además presenta como ventaja adicional que cuenta para su resolución con algoritmos de tipo Newton eficientes.

El planteamiento de los modelos de equilibrio general aplicado como problemas de complementariedad, a raiz de la demostración de Mathiesen (1985), ha permitido que se utilicen otro tipo de algoritmos diferentes a los de programación no lineal. Aunque algoritmos como MINOS y CONOPT son muy eficientes en la resolución de estos modelos, consideramos que la menor dificultad que conlleva la codificación hace atractivo el uso de GAMS/MPSGE. Además, la existencia de dos algoritmos (MILES y PATH) permite comprobar la robustez de los resultados de las simulaciones de política económica que se hagan con los modelos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Brooke, A., D. Kendrick y A. Meeraus (1992): *GAMS: A User's Guide, Released 2.25*, Boyd & fraser, Danvers, Mass.

Brooke, A., D. Kendrick, A. Meeraus y R. Raman (1998): *GAMS. A User's Guide*, GAMS Development Corporation, Washington, D.C.

Dirkse, S.P. y M.C. Ferris (1995): "The PATH solver: A Non-Monotone Stabilization Scheme for Mixed Complementarity Problems", *Optimization Methods and Software*, 5, págs. 123-156.

Ginsburgh, V. y M. Keyzer (1997): *The structure of applied general equilibrium models.* The MIT Press, Cambridge, Mass.

Johansen, L. (1960): *A Multi-sectorial Study of Economic Growth,* Nort-Holland, Amsterdam.

Kuhn, H.W. y J.G. MacKinnon (1975): "The Sandwich Method for Finding Fixed Points", *Journal of Optimization Theory and Application,* 17, págs. 189-204.

Mathiesen, K. (1985): "Computation of economic equilibria by a sequence of linear complementary problems". *Mathematical Programming Study,* 23, págs. 144-162.

Merrill, J.E. (1972): *Applications and Extension of an Algorithm that Computes Fixed Points of Certain Upper Semi-Continuous Point to Set Mappings,* Tesis Doctoral, Department of Industrial Engineering. University of Michigan.

Rutherford, T.F. (1993): "MILES: A Mixed Inequality and nonLinear Equation Solver". Working Paper, Department of Economics, University of Colorado, Boulder.

Rutherford, T.F. (1998): *Economic Equilibrium Modeling with GAMS. An Introduction to GAMS/MCP and GAMS/MPSGE,* Disponible en http://www.gams.de/3docs/pdf/complement/mpsge.pdf.

Scarf, H.E. (1967): "The Approximation of Fixed Points of a Continuous Mapping", *SIAM Journal of Applied Mathematics,* 15, págs. 1.328-1.343.

Shoven, J.B. y J. Whalley (1992): *Applying general equilibrum,* Cambridge University Press, Cambridge.

Thompson, G.L. y S. Thore (1992): *Computational Economics: Economic Modeling with Optimization Software,* Boyd & fraser, Danvers, Mass.

Van der Laan, G. y A.J.J. Talman (1979): "A restart Algorithm for Computing Fixed Points Without and Extra Dimension", *Mathematical Programming,* 17, págs. 74-84.