

PREDICCIÓN NO-LINEAL DE TIPOS DE CAMBIO. APLICACIÓN DE UN ALGORITMO GENÉTICO

MARCOS ÁLVAREZ-DÍAZ

Department of Economics, Columbia University

ALBERTO ÁLVAREZ

Instituto Mediterráneo de Estudios Avanzados-IMEDEA (CSIC-UIB)

En este trabajo se ha aplicado un Algoritmo Genético para modelar y predecir la evolución de los tipos de cambio semanales del marco, yen, libra y peseta respecto al dólar estadounidense. La principal motivación del trabajo consistió en comprobar si el empleo de esta técnica permite mejorar la capacidad predictiva del modelo referente en la literatura, el paseo aleatorio. La comparación se llevó a cabo tanto en el caso de la predicción puntual como en el de la predicción de una devaluación o apreciación.

Palabras clave: tipos de cambio, predicción no-lineal, algoritmos genéticos.

Clasificación JEL: C14, C53.

Se puede observar en la literatura existente el esfuerzo llevado a cabo por los economistas para conocer los factores determinantes de la evolución del tipo de cambio. A pesar del esfuerzo, poco se ha avanzado en el conocimiento de su dinámica y en la capacidad para mejorar las predicciones de un paseo aleatorio. En la literatura se han desarrollado varios modelos teóricos caracterizados por considerar que la evolución temporal del tipo de cambio puede ser explicada por una dinámica lineal perturbada exógenamente por un proceso estocástico. Por tanto, las complejas oscilaciones observadas serían explicadas por la existencia de shocks exógenos, aleatorios e impredecibles. El análisis y la verificación empírica de estos modelos muestran muy a menudo signos incorrectos y baja significatividad de los parámetros estimados, así como un escaso poder predictivo. Por ejemplo, en el conocido trabajo llevado a cabo por Meese y Rogoff (1983) se comprobó cómo la capacidad predictiva de muchos modelos estructurales y univariantes no eran capaces de mejorar las predicciones fuera de la muestra de un simple paseo aleatorio.

Recientes resultados empíricos y teóricos parecen soportar la idea de la existencia de no-linealidades predecibles en el comportamiento de los tipos de cambio [Fernández-Rodríguez y Sosvilla-Rivero (1998)]. Los trabajos de Takens (1981) y Casdagli (1989), entre otros, han establecido la metodología necesaria para la mo-

delización no-lineal de series temporales. En concreto, el Teorema de Takens (1981) establece que, dada una serie temporal determinista $\{x_t\}_{t=1}^N$, existe una función $F : \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}$ tal que

$$x_t = F(x_{t-\tau}, x_{t-2\tau}, \dots, x_{t-m\tau}) \quad [1]$$

donde τ es el factor retardo y m la dimensión de incrustación. Por tanto, para un m suficientemente grande, el teorema garantiza la posibilidad de predecir la dinámica de una serie temporal determinista a partir de sus valores pasados.

Durante la última década se han aplicado distintas técnicas no-lineales para aproximar la función $F(\cdot)$ en el caso de diferentes tipos de cambio. Las aproximaciones más empleadas fueron aquéllas basadas en generalizaciones del método de ocurrencias análogas [Diebold y Nason (1990), Soofi y Cao (1999)]. En los últimos años se puede observar una cierta predominancia del empleo de redes neuronales [Walzack (2001)]. Recientemente se ha aplicado en el ámbito científico un procedimiento de búsqueda funcional basado en las teorías darwinianas de selección natural y supervivencia. Estos procedimientos, denominados algoritmos genéticos (AG), ya han demostrado su robustez para aproximar explícitamente la forma funcional $F(\cdot)$ en el análisis no-lineal de series temporales [Szipo (1997), Yadavalli *et al.* (1999), Álvarez *et al.* (2001)]. Los AG presentan ciertas ventajas con respecto a otros métodos anteriormente empleados para predecir el tipo de cambio: permiten una mayor flexibilidad funcional en comparación con los métodos ARIMA, son más robustos y manejables que las redes neuronales y, con respecto al método de ocurrencias análogas, determinan explícitamente una ecuación matemática que aproxima la dinámica de los Tipos de Cambio. A pesar de su desconocimiento generalizado en economía, los AG ya han sido utilizados para resolver ciertos problemas económicos [Koza (1995)].

En este trabajo utilizamos un AG, denominado DARWIN [Álvarez *et al.* (2001)], para aproximar la función $F(\cdot)$ en el caso específico del tipo de cambio semanal del marco, yen, libra y peseta respecto al dólar estadounidense. El objetivo perseguido consiste en comprobar si el empleo de un AG permite mejorar la capacidad predictiva del modelo referente en la literatura: el paseo aleatorio. El trabajo se estructura en 3 secciones. En la primera de ellas se explican las ventajas y el funcionamiento del algoritmo genético. A continuación se presentan los resultados obtenidos y, por último, se finaliza con una sección dedicada a conclusiones.

1. VENTAJAS Y FUNCIONAMIENTO DE UN ALGORITMO GENÉTICO

Un AG tiene por objetivo el buscar una expresión matemática que, dentro del espacio de posibles soluciones, mejor describa la dinámica presentada por una serie temporal. Esta técnica presenta toda una serie de ventajas frente a los tradicionales métodos no-lineales de predicción. En primer lugar, a diferencia de las redes neuronales y de las técnicas basadas en ocurrencias análogas, los AG obtienen explícitamente una ecuación matemática como aproximación a la verdadera dinámica de la serie. Además, se presentan como un método predictivo más flexible que las redes neuronales ya que no requieren la especificación de una arquitectura previa.

DARWIN, el AG empleado en este trabajo, ya ha demostrado su capacidad predictiva tanto teórica como empíricamente [Álvarez *et al.* (2001)]. Su funcionamiento se basa en la simulación en un ordenador del proceso evolutivo observado en la Naturaleza y puede ser explicado por medio de una serie de pasos iterativos. En el primer paso se genera de forma aleatoria una población inicial de N ecuaciones matemáticas (cromosomas) por medio de una sencilla combinación aleatoria de operadores y operandos de la forma

$$S_j = ((A \otimes B) \otimes (C \otimes D)) \quad \forall 1 \leq j \leq N \quad [2]$$

en donde A , B , C y D son los argumentos (genes operandos) y el símbolo \otimes representa a los operadores matemáticos (genes operadores). Los argumentos considerados pueden ser números reales pertenecientes a un intervalo (coeficientes de las ecuaciones) o bien valores retardados de la variable $(x_{t-\tau}, x_{t-2\tau}, \dots, x_{t-m\tau})$. Por su parte, los operadores matemáticos (\otimes) empleados serán la suma (+), resta (-), multiplicación (\cdot) y división (\div), este último operador estará protegido para evitar cocientes entre 0 o números muy pequeños. También cabe la posibilidad de incluir otros operadores matemáticos (como el logarítmico o los trigonométricos, por ejemplo) pero a costa de incrementar la complejidad en el proceso de optimización funcional. Además, trabajos previos llevados a cabo con DARWIN así como con otros AG [Szpiro (1997), Yadavalli *et al.* (1999)] han demostrado la posibilidad de describir dinámicas complejas por medio de expresiones matemáticas construidas simplemente con los operadores aritméticos.

En el segundo paso, una vez determinada la población inicial, comienza el proceso evolutivo seleccionando aquellas ecuaciones que presentan una mayor fortaleza según algún criterio de ajuste. Para el caso de la predicción puntual se ha determinado como criterio de fortaleza el *Error Cuadrático Medio Normalizado* definido como

$$ECMN_j = \frac{1}{Var(x_t)} \cdot \frac{\sum_{t=m+1}^M [x_t - \hat{x}_t]^2}{M} \quad [3]$$

donde $ECMN_j$ es el Error Cuadrático Medio Normalizado presentado por la ecuación j -ésima ($\forall 1 \leq j \leq N$), $Var(x_t)$ es la varianza de la serie temporal, \hat{x}_t el valor predicho y M el número total de observaciones destinadas a entrenar el AG. Una generalización de esta expresión ya ha sido empleada como criterio de fortaleza en los AG de Szpiro (1997) y Yadavalli *et al.* (1999).

A continuación, todas las ecuaciones de la población inicial son clasificadas en orden decreciente según su $ECMN_j$. Las ecuaciones con valores muy elevados del ECMN son aniquiladas mientras que, por el contrario, las que poseen un valor más pequeño tienen una mayor probabilidad de supervivencia constituyendo la base de la siguiente generación.

Una vez concluido el proceso de selección, las ecuaciones supervivientes son empleadas para generar a los individuos de una nueva generación (proceso de reproducción). Para ello se les aplican los denominados operadores genéticos: Clonación, Cruzamiento y Mutación. Con la clonación las mejores ecuaciones son

copiadas exactamente a la siguiente generación. Por su parte, con el operador cruzamiento se seleccionan parejas de ecuaciones con pequeños valores de $ECMN_j$ para intercambiar partes de sus argumentos y operadores matemáticos. Por último, la mutación implica el reemplazamiento aleatorio de algún operador o argumento en un porcentaje reducido de ecuaciones.

En definitiva, la nueva población generada a partir de la población inicial estará constituida por individuos clonados, mutados y cruzados. A partir de este momento el proceso evolucionará repitiendo los pasos de selección y reproducción de forma iterativa en busca de aquella expresión matemática que menor $ECMN$ presente. Después de un número determinado de generaciones del proceso evolutivo, la iteración terminará y el AG ofrecerá explícitamente como resultado una ecuación matemática que considera óptima para representar la verdadera dinámica de la serie temporal.

2. RESULTADOS

2.1. Datos y Determinación de Parámetros

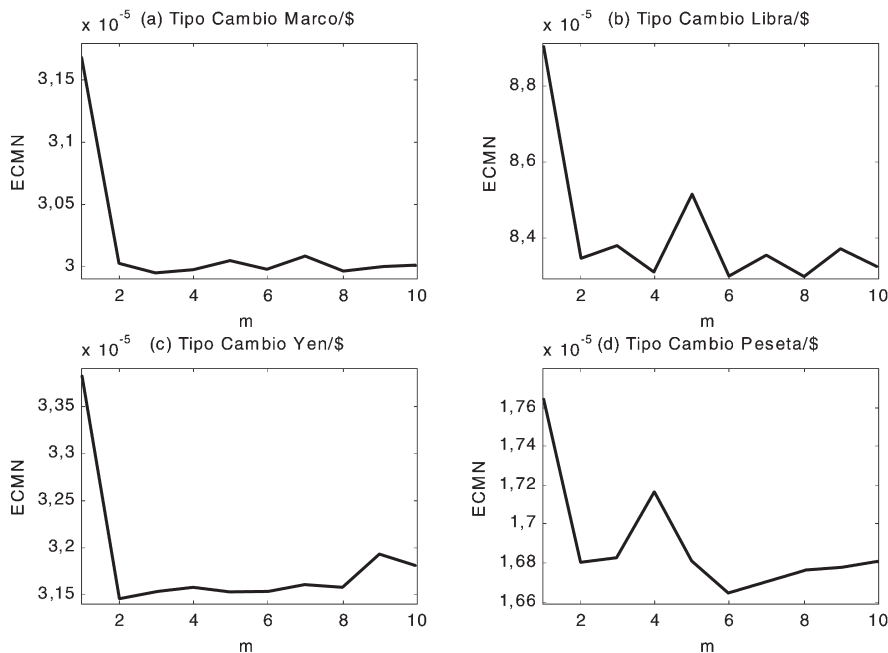
Se ha aplicado el AG DARWIN al logaritmo del tipo de cambio semanal del marco, yen, libra y peseta respecto al dólar estadounidense. Los datos empleados, obtenidos a partir del Pacific Exchange Rate Service (Universidad de British Columbia), abarcan un periodo comprendido entre la primera semana de 1973 hasta la primera semana de Julio de 2000 (1435 observaciones en total). En nuestro ejercicio se han reservado las últimas 435 observaciones de los diferentes tipos de cambio considerados (aproximadamente 8 años) para llevar a cabo la predicción fuera de la muestra. La elección de una periodicidad semanal se justifica para minimizar los sesgos originados por el efecto día de la semana [LeBaron (1993)]. Además, se asume que una periodicidad semanal contiene suficiente información como para capturar la dinámica mostrada por los tipos de cambio [Yao and Tan (2000)]. Por otro lado, siguiendo a Casdagli (1989), la medida de ajuste del error de predicción fue el ECMN definido en la ecuación [3].

Un aspecto fundamental en el ejercicio predictivo consiste en determinar un valor óptimo para el factor de retardo (τ) y para la dimensión de incrustación (m). Existen diferentes métodos para seleccionar τ y m a partir de una serie temporal. Sin embargo, para el factor de retardo los mejores resultados predictivos se han obtenido de forma generalizada considerando un valor $\tau = 1$. Para la determinación de m , empleando el AG y para cada caso, se seleccionó aquel valor que reportaba el error de predicción más bajo [Casdagli (1989)].

2.2. Predicción Puntual

En este apartado se analiza la capacidad del AG para obtener predicciones precisas a un periodo temporal. En el gráfico 1 se presenta la sensibilidad del ECMN obtenido con el AG ante diferentes dimensiones de incrustación permitiendo, de esta manera, seleccionar el m óptimo para los distintos tipos de cambio. Por su parte, en el cuadro 1 se muestran las dimensiones de incrustación finalmente seleccionadas y las ecuaciones supervivientes al proceso evolutivo para

Gráfico 1: DETERMINACIÓN DE LA DIMENSIÓN DE INCRUSTACIÓN.
PREDICCIÓN PUNTUAL



cada uno de los tipos de cambio considerados, así como su capacidad predictiva fuera de la muestra en términos del ECMN. Asimismo, también se presenta el ECMN obtenido por un modelo paseo aleatorio. Las estructuras de todas las soluciones halladas por el AG tienen un carácter similar. Por una parte, una fuerte dependencia respecto al retardo x_{t-1} y, por otra, la presencia de una estructura no-lineal responsable de una leve mejora predictiva respecto al modelo paseo aleatorio. En este sentido, nuestros resultados parecen corroborar las conclusiones obtenidas por Diebold y Nason (1990). Estos autores consideraron que la presencia de estructuras no-lineales en los tipos de cambio no puede ser explotada para mejorar sustancialmente las predicciones fuera de la muestra a un periodo.

2.3. Porcentaje de Aciertos de Signo

Una aproximación complementaria a la predicción puntual consiste en predecir si el tipo de cambio sufrirá una apreciación o depreciación en el futuro. Autores como Walzack (2001) consideran muy adecuado el empleo de esta perspectiva de análisis en el mercado cambiario en donde la existencia de errores predictivos muy pequeños pero en la dirección equivocada puede originar importantes pérdidas de capital.

Cuadro 1: RESULTADOS PREDICCIÓN PUNTUAL A 1 PERIODO

Tipo de cambio	Algoritmo genético			Paseo aleatorio	
	Ecuación	Dimensión Incrustación (m)	Precisión Predicción Fuera de la Muestra (x10 ⁻⁵)		
			ECMIN _{dg}	ECMIN _{pa}	
Marco/\$	$x_t = \{x_{t-1} - 0,2 \cdot (x_{t-2} - x_{t-1}) \cdot (0,7 - 9,68 \cdot x_{t-3} \cdot (x_{t-2} - x_{t-1}) + x_{t-1})\}$	3	2,9951	3,1747	
Yen/\$	$x_t = \{x_{t-1} + 0,0406 \cdot x_{t-1} \cdot (x_{t-1} - x_{t-2})\}$	2	3,1445	3,3852	
Libra/\$	$x_t = \left\{ x_{t-1} - \left[\frac{(x_{t-2} - x_{t-1})}{(5,05 - x_{t-3} - \frac{x_{t-8}}{x_{t-8} + x_{t-4} - x_{t-1}} + x_{t-8})} \right] \right\}$	8	8,2946	8,9381	
Peseta/\$	$x_t = \left\{ x_{t-1} - \left[\frac{(x_{t-2} - x_{t-1})}{(3,92 + \frac{x_{t-6} - x_{t-1}}{x_{t-6} + 4,25 - x_{t-2} - x_{t-4}})} \right] \right\}$	6	1,6641	1,7764	

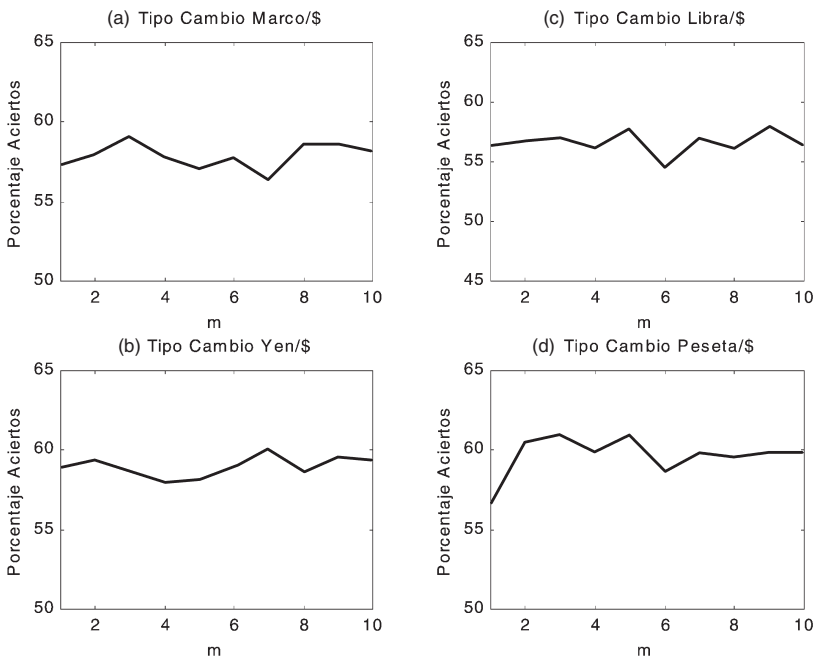
La aplicación del AG DARWIN a este problema específico nos ha llevado a trabajar con rentabilidades y, por otro lado, a sustituir el criterio de fortaleza definido en la ecuación [3]. Ahora las ecuaciones son evaluadas y seleccionadas en función de la expresión

$$SR_j = \frac{\sum_{t=m+1}^M \theta[\Delta x_t \cdot \Delta \hat{x}_t > 0]}{M} \quad [4]$$

donde SR_j es el ratio de aciertos de signo (Success Ratio) presentado por la ecuación j-ésima, Δx_t es la rentabilidad observada, $\Delta \hat{x}_t$ es la rentabilidad predicha, $\theta(\cdot)$ es la función Heaviside ($\theta(\cdot) = 1$ si $\Delta x_t \cdot \Delta \hat{x}_t > 0$ y $\theta(\cdot) = 0$ si $\Delta x_t \cdot \Delta \hat{x}_t < 0$) y M es el número total de observaciones destinadas a entrenar el AG.

Como en el caso de la predicción puntual, el gráfico 2 muestra la baja sensibilidad del porcentaje de signos predichos correctamente por el AG variando la dimensión de incrustación. En el cuadro 2 se presenta la dimensión finalmente seleccionada, la expresión matemática superviviente al proceso evolutivo y el porcentaje de aciertos para cada uno de los tipos de cambio analizados. También se

Gráfico 2: DETERMINACIÓN DE LA DIMENSIÓN DE INCRUSTACIÓN.
PORCENTAJE ACIERTOS SIGNO



Cuadro 2: RESULTADOS PREDICCIÓN SIGNO

Tipo de cambio	Algoritmo genético				Test Pesaran-Timmermann
	Ecuación	Dimensión Incrustación (m)	Precisión Predicción Fuera de la muestra (porcentaje de aciertos)		
Marcos/\$	$X_t = \left\{ X_{t-1} + \frac{X_{t-1} \cdot X_{t-3}}{8,3 \cdot X_{t-3} - 3,17 \cdot X_{t-2} \cdot [8,94 - X_{t-1} \cdot X_{t-2} - 3,09]} \right\}$	3	58,89	3,6814	
Yen/\$	$X_t = \left\{ X_{t-1} \cdot \frac{X_{t-5}}{X_{t-3} + X_{t-1}} - \frac{9,53 \cdot X_{t-1}}{4,58 \cdot X_{t-1} + X_{t-7}} + 8,16 - X_{t-2} \right\}$	7	60,05	4,1052	
Libra/\$	$X_t = \left\{ X_{t-1} + \frac{X_{t-4} + X_{t-3}}{9,05 - \frac{X_{t-9}}{X_{t-4}}} + 0,58 \cdot (X_{t-7} + 3,53) + X_{t-9} \right\}$	9	57,97	3,3281	
Peseta/\$	$X_t = \left\{ 2 \cdot X_{t-1} + X_{t-2} + X_{t-2} \cdot \left[X_{t-3} + \frac{X_{t-1}}{X_{t-3} + X_{t-1}} \right] \right\}$	3	60,74	4,4504	

muestran los resultados derivados de la aplicación del test no-paramétrico propuesto por Pesaran y Timmermann (1992). Para el caso de las predicciones fuera de la muestra, el test verifica si el ratio de aciertos definido en la ecuación [4] difiere significativamente del que se obtendría en el caso de que Δx_t y $\Delta \hat{x}_t$ fuesen independientes. El test, bajo la hipótesis nula de independencia, sigue una distribución normal estándar.

Las ecuaciones matemáticas finalmente alcanzadas por el AG se caracterizan por una estructura no-lineal y unos porcentajes de aciertos por debajo del umbral del 60% para los casos del marco y la libra, y levemente superior para el yen y la peseta. Según los valores mostrados por el test de Pesaran-Timmermann, existen argumentos estadísticos para rechazar en todos los casos la hipótesis de independencia entre Δx_t y $\Delta \hat{x}_t$ con un nivel de significatividad del 1%. En resumen, el AG obtiene unos porcentajes de acierto significativamente superiores a los que se obtendrían considerando que la dinámica del tipo de cambio sigue un proceso paseo aleatorio.

3. CONCLUSIÓN

En este trabajo se ha aplicado una novedosa técnica denominada AG para modelar y predecir la evolución de diferentes tipos de cambio. En el caso de la predicción puntual, las expresiones alcanzadas por el AG presentaron de forma generalizada una estructura no-lineal y una leve mejora predictiva en comparación con el paseo aleatorio. Al trabajar con rentabilidades, el AG proporcionó unos porcentajes de aciertos próximos al 60%. Se puede concluir que, a pesar de aplicar cada vez métodos predictivos más sofisticados y potentes, todavía no se ha conseguido mejorar de forma significativa las predicciones proporcionadas por el modelo paseo aleatorio. Una posible explicación, ofrecida por Diebold y Nason (1990), incidiría en la existencia de débiles estructuras no-lineales en la dinámica de los tipos de cambio que no permiten grandes mejoras predictivas respecto al paseo aleatorio.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Álvarez, A., A. Orfila y J. Tintore (2001): "DARWIN- an evolutionary program for nonlinear modeling of chaotic time series", *Computer Physics Communications*, 136, págs. 334-349.
- Casdagli, M. (1989): "Nonlinear prediction of chaotic time series", *Physica D*, 35, págs. 335-356.
- Diebold, F.X. y J.A. Nason (1990): "Nonparametric exchange rate prediction?", *Journal of International Economics*, 28, págs. 315-332.
- Fernández-Rodríguez, F. y S. Sosvilla-Rivero (1998): "Testing nonlinear forecastability in time series: theory and evidence from EMS", *Economics Letters* 59, págs. 49-63.
- Koza, J.R. (1995): "Genetic programming for economic modeling", en *Intelligent Systems and Business*. Eds. S. Goonatilake y P. Treleaven. John Wiley & Sons, págs. 252-269.

- LeBaron, B. (1993): "Forecast improvements using a volatility index", en *Nonlinear Dynamics, Chaos and Econometrics*. Eds. M.H. Pesaran y S.M. Potter. John Wiley & Sons, págs. 129-142.
- Meese, R y K. Rogoff, (1983): "Empirical exchange rate models of the 1970's: Do they fit out of sample?", *Journal of International Economics*, 14, págs. 3-24.
- Pesaran, M.H. y A. Timmermann (1992): "A simple nonparametric test of predictive performance", *Journal of Business & Economic Statistics*, 4, págs. 461-465.
- Soofi, A.S. y L. Cao (1999): "Nonlinear deterministic forecasting of daily Peseta-Dollar Exchange Rate", *Economics Letters* 62, págs. 175-178.
- Szpiro, G. (1997): "Forecasting chaotic time series with genetic algorithm", *Physical Review E*, 3, págs. 2557-2568.
- Takens, F. (1981): "Detecting strange attractors in turbulence", en *Dynamical Systems and Turbulence*. Ed. Rand y Young, Springer, Berlin, págs. 366-381.
- Walzack, S. (2001): "An empirical analysis of data requirements for financial forecasting with neural networks", *Journal of management Information Systems*, 4, págs. 203-222.
- Yao, J. y C.L. Tan (2000): "A case study on using neural networks to perform technical forecasting of forex", *Neurocomputing*, 34, págs. 79-98.
- Yadavalli, V., R.K. Dahule, S.S. Tambe y B.D. Kulkarni (1999): "Obtaining functional form for chaotic time series evolution using genetic algorithm", *American Institute of Physics* 3, págs. 789-794.

Fecha de recepción del original: diciembre, 2001

Versión final: marzo, 2003

ABSTRACT

In this work we have applied a Genetic Algorithm to model and predict the weekly data on the Marc, Yen, Pound and Peseta exchange rates against the US Dollar. Our principal aim is to verify whether or not the use of a genetic algorithm improves on the results of a random walk model. The comparison is made considering both point predictions and the anticipation of either devaluations or appreciations.

Key words: exchange rates, non-linear forecasting, genetic algorithms.

JEL classification: C14, C53.