Revista de Economía Aplicada E A *Número 54 (vol. XVIII), 2010, págs. 133 a 159*

LA DISTRIBUCIÓN EMPÍRICA DEL TAMAÑO DE LAS CIUDADES EN ESPAÑA, 1900-2001. ¿QUIÉN VERIFICA LA LEY DE ZIPF?*

FRANCISCO J. GOERLICH GISBERT
MATILDE MAS
Universidad de Valencia
Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas (Ivie)

Este trabajo contribuye a la literatura empírica sobre la distribución del tamaño de las ciudades, articulada en torno a la ley de Zipf, utilizando la evidencia proporcionada por los municipios españoles a lo largo del siglo XX. Comienza con una serie de objeciones a la base de datos de poblaciones municipales más frecuentemente utilizada por los estudiosos en este campo y propone una fuente alternativa para todos los años censales del siglo XX y 2001. Continúa examinando el concepto de "ciudad", para terminar decantándose por el de Área Urbana propuesto en el Atlas de Áreas Urbanas del Ministerio de Fomento, que desborda (en algunos casos) los lindes municipales. Por último, se realiza un contraste de la ley de Zipf a partir de una generalización de la distribución de Pareto, si bien también se ofrecen estimaciones de la relación rango-tamaño con las últimas técnicas disponibles. Al contrario que la evidencia mostrada en otros trabajos, el contraste propuesto no permite rechazar dicha ley con generalidad para el concepto de "ciudad" utilizado.

Palabras clave: Población, Municipios, Censos, Localización, Áreas Metropolitanas.

Clasificación JEL: J10, J11.

«…at this point we have no resolution to the explanation of the striking regularity in city size distribution [Zipf´s law]. We must acknowledge that it poses a real intellectual challenge to our understanding of cities…» [Fujita *et al.* (1999), pág. 225]

Ciudad: "conjunto de edificios y calles, regidos por un ayuntamiento, cuya población densa y numerosa se dedica por lo común a actividades no agrícolas"
Diccionario de la Real Academia Española

(*) Los autores agradecen la ayuda prestada por Pilar Chorén en el tratamiento de la información, así como las opiniones de dos evaluadores anónimos, un editor asociado y Ángel de la Fuente que contribuyeron a cambios sustanciales en diferentes partes del trabajo. Cualquier error que subsista es de nuestra exclusiva responsabilidad. También agradecemos la ayuda financiera de los proyectos del Ministerio de Ciencia y Tecnología/FEDER, SEC2008-03813/ECON, y del programa de investigación Fundación BBVA-Ivie. Una versión inicial de este trabajo circuló como Documento de Trabajo de la Fundación BBVA bajo el título "Sobre el tamaño de las ciudades en España. Dos reflexiones y una regularidad empírica", DT-2008-06 (*http://www.fbbva.es*).

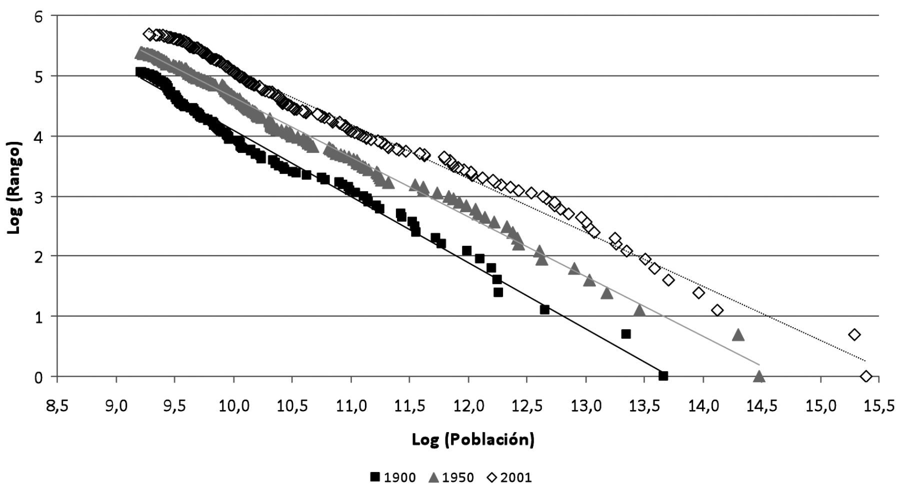
En un artículo relativamente reciente en *Revista de Economía Aplicada*, Lanaspa, Perdiguero y Sanz (2004) [LPS (2004) de aquí en adelante] abordaban el análisis de la distribución estadística del tamaño de las ciudades a lo largo del siglo XX desde un punto de vista estrictamente empírico. Su conclusión fundamental era que «…la estructura urbana española experimenta un profundo cambio en su evolución alrededor de mediados de los años setenta. Coincidiendo con la etapa democrática, la distribución se vuelve más igualitaria…» [LPS (2004), pág. 5]. Los resultados en Goerlich y Mas (2008a, 2008b, 2009) muestran que este resultado depende crucialmente de la consideración, única y exclusiva, de las "ciudades" (como quiera que éstas sean definidas). Si, por el contrario, se consideran la totalidad de los municipios la distribución es claramente divergente, habiéndose además ampliado las diferencias a lo largo del siglo. Sin embargo, sí se observan importantes cambios en la localización de la población en la segunda mitad del siglo XX, coincidiendo fundamentalmente con el despegue económico que siguió a la puesta en marcha del Plan de Estabilización en 1959 [Goerlich *et al.* (2006), GMACH (2006) de aquí en adelante].

Este trabajo aborda el contraste estadístico de la ley de Zipf (1949) para las ciudades españolas a lo largo del siglo XX, en línea con el ya mencionado trabajo de LPS (2004). Su principal conclusión es «…que dicha ley simplemente no se cumple para España,…» [LPS (2004), pág. 13]. Una forma aproximada de enunciar la ley de Zipf es mediante la denominada regla rango-tamaño que puede enunciarse de la forma siguiente: si las ciudades fueran ordenadas de mayor a menor, la segunda ciudad debería tener la mitad de la población de la primera, la tercera en el ranking un tercio de la primera y así sucesivamente. Esto es, si r representa el ranking de una ciudad en una ordenación no creciente, y $x_{(r)}$ su tamaño en términos de volumen de población, entonces se debe cumplir, aproximadamente, que $r.x_{(r)} \simeq x_{(1)}$. Como esta relación se satisface que para todo r, de la ciudad más grande (r = 1) a la más pequeña (r = n), una gráfica del logaritmo de r (ordenadas) frente al logaritmo de $x_{(r)}$ (abscisas) debe asemejarse a una línea recta con pendiente igual a –1. Si el crecimiento para todas las ciudades es proporcional, esta recta debe desplazarse en el tiempo de forma paralela. El gráfico 1 presenta el resultado de la regla rango-tamaño de las ciudades españolas para tres momentos censales. El concepto de ciudad utilizado es discutido con detalle en el epígrafe 2. Como puede observarse, el resultado es bastante cercano a la linealidad, excepto quizá en el extremo superior de la distribución. Un resultado algo sorprendente, puesto que los datos están espaciados por más de un siglo, el sistema urbano era radicalmente diferente en 1900 del existente en 2001 y no hay ninguna razón aparente para esta regularidad.

Aunque este instrumental gráfico es ampliamente utilizado en el contexto de la demografía histórica [De Vries (1984), Smith (1990)], los desarrollos recientes han enfatizado la necesidad de aproximarse a esta cuestión desde un punto de vista estadístico más riguroso [Gabaix y Ioannides (2004)]. Es en este contexto en el que se enmarca el presente trabajo. A partir del instrumental econométrico más reciente mostraremos cómo la ley de Zipf es una aproximación razonable a la distribución empírica de las ciudades para los últimos 100 años.

La relación entre el rango y el tamaño de las ciudades –a la que la ley de Zipf hace referencia– no es el aspecto más relevante en el análisis de los procesos de ur-

Gráfico 1: RELACIÓN RANGO-TAMAÑO



Fuente: Elaboración propia.

banización. No obstante, sí es cierto que aparece con mucha frecuencia en la literatura, tanto teórica [Richardson (1973), Gabaix (1999, 2008), Brakman *et al.* (1999), Duranton (2002, 2006), Rossi-Hansberg y Wright (2007), Córdoba (2008)], como fundamentalmente empírica [Rosen y Resnick (1980), Carroll (1982) Suárez-Villa (1988), Fan y Casetti (1994), Eaton y Eckstein (1997), Overman y Ioannides (2001), Ioannides y Overman (2003), Eeckhout (2004), Soo (2005)].

En España los estudios sobre urbanización de la población se han centrado en casos particulares relativamente recientes [Artís *et al.* (1998), Feria (2000), Castañer *et al.* (2000), Trullén y Boix Doménech (2003), Ajenjo y Sabater (2004), Boix Domènech (2004)], o bien en análisis históricos de corte descriptivo sobre concentración de la población en núcleos o municipios por encima de un determinado umbral [Reher (1986, 1994), Gómez y Luna (1986), Correas (1988), Valero (1989), Camps (1990), Vinuesa (1996), Tafunell (2005)]. La regla rango-tamaño, y la ley de Zipf, aparecen en el caso español en De Vries (1984, capítulo 6) –en relación al desarrollo histórico de los procesos de urbanización en nuestro país comparado con otros países europeos–, en Lasuén *et al.* (1967), en Capel (1972) y, más recientemente, en Esteve y Devolver (2004), Lanaspa *et al.* (2003, 2004), LPS (2004), que tomamos como punto de partida, y Le Gallo y Chasco (2008).

El trabajo se organiza en torno a tres temas. Por una parte, se cuestionan los datos de base utilizados con más frecuencia por los investigadores cuando la perspectiva es de muy largo plazo. A ello se dedica el epígrafe siguiente, en el que también se presentan los datos que constituirán la base del ejercicio posterior. A continuación, en el epígrafe 2, se ofrecen unas breves reflexiones en torno al concepto de ciudad y se presenta la opción elegida. El epígrafe 3 examina las implicaciones de la ley de Zipf sobre la modelización económica del sistema de ciudades y, a continuación, en el epígrafe 4, se presenta un contraste estadístico de la misma. En este epígrafe se ofrecen también estimaciones de la regresión rango-tamaño utilizando algunos desarrollos econométricos recientes. Finalmente se ofrecen unas breves conclusiones.

1. Series históricas de población municipal: fuentes alternativas

Aunque un análisis del tamaño de las ciudades debería partir (idealmente) de la población asentada sobre núcleos recogidos en los *Nomenclátor de las ciudades, villas, aldeas, lugares y otras entidades de población* –que desde 1877 se realizan al mismo tiempo que los censos–, es cierto que desde un punto de vista histórico los asentamientos recogidos en los nomenclátores son muy cambiantes; no disponen de superficie asignada; su ubicación geográfica (georeferenciación) no está disponible con generalidad; y, adicionalmente, el crecimiento de ciertos núcleos (normalmente las grandes áreas urbanas) es tal en algunos casos que, en realidad, no estamos hablando de varios núcleos sino de una sola "ciudad", aunque por cuestiones de organización estadística de la información los datos sobre núcleos de población se mantengan separados.

La fuente de información más utilizada para los estudios sobre localización de la población han sido las poblaciones municipales, o agregaciones urbanas construidas a partir de ellas [Vinuesa (1997), Zoido y Arroyo (2004), De Cos y Reques (2005), Lanaspa *et al.* (2003, 2004), LPS (2004), GMACH (2006), Le Gallo y Chasco (2008)][1]. Por esta razón, es frecuente identificar el concepto de "ciudad" con el de población municipal por encima de un determinado umbral, aunque esto no deje de ser una aproximación al fenómeno que queremos medir. Volveremos brevemente sobre esta cuestión en el epígrafe siguiente.

La fuente primaria de información son los censos. El primer censo que presenta el conjunto completo de municipios españoles es el llamado *Censo de la Matrícula Catastral*, fechado en 1842, aunque su escasa fiabilidad hace que sea el censo de 1857 el que se considere como primer censo moderno de España [García España (1991)].

El manejo directo de las fuentes censales presenta dos problemas fundamentales. En primer lugar, hasta que el Instituto Nacional de Estadística (INE) abrió recientemente una sección en su *web* denominada *Alteraciones de los municipios en los Censos de Población desde 1842*, la consulta de dichos datos debía realizarse (para los censos anteriores al de 1991) directamente en papel y proceder a su informatización. Dicha sección respeta escrupulosamente la información censal original de cada uno de los censos y ofrece, adicionalmente, una valiosa información sobre alteraciones municipales y cambios de denominación. En segundo lugar, los cambios en la estructura municipal, fusiones, agregaciones parciales y segregaciones han sido notables en España a lo largo de los siglos XIX y XX. Por ejemplo, en el censo de 1900 el número de municipios existentes era de 9.267,

(1) Existen, no obstante, notables excepciones de carácter histórico que tratan consistentemente de utilizar datos sobre núcleos de población [Luna (1988), Reher (1994), Esteve y Devolver (2004)].

mientras que 100 años más tarde, en el censo de 2001, tan sólo aparecen 8.108 municipios. La situación todavía se complica más si consideramos los municipios existentes en los censos del siglo XIX.

Estos dos problemas parecen tener una solución sencilla si nos restringimos al siglo XX. La razón es que el INE ofrece en su *web* unas *Series históricas de población de hecho municipal para el periodo 1900-1991* obtenidas directamente de los Censos de Población. Estas poblaciones pueden descargase con facilidad en formatos accesibles, y además son aparentemente homogéneas, es decir, toman como referencia la relación de municipios del Censo de 1981 (INE, *web*, nota en la descarga de las series). El investigador se encuentra así con una matriz de datos de poblaciones de hecho municipales con (aparentemente) tantas filas como municipios existían en 1981 (8.022 según el censo de dicho año) y 10 columnas, una por cada censo entre 1900 y 1991. La facilidad en la disponibilidad de esta información ha favorecido ampliamente su uso entre los investigadores no procedentes del campo de la demografía histórica.

Esta base de datos enmascara ciertas peculiaridades y errores que es importante tener en cuenta. Si estas poblaciones toman como referencia la relación de municipios del Censo de 1981, dos preguntas surgen de forma inmediata: (*i*) ¿Qué sucede con los municipios que desaparecen (por fusión o incorporación a otro municipio) antes y después del Censo de 1981? Y, (*ii*) ¿qué sucede con los municipios de nueva creación con anterioridad al Censo de 1981 y con posterioridad al mismo? Es decir, cómo se han tratado las alteraciones municipales si la pretensión es "congelar" la estructura municipal en un momento dado del tiempo (Censo de 1981) y proyectarla al pasado y al futuro.

Parte de la respuesta a estas preguntas nos la da el propio INE que, para cada provincia, consigna un registro de *Población en municipios desaparecidos* y nos indica que: «La población reflejada de los municipios desaparecidos está comprendida entre los Censos de 1900 a 1970» (INE, *web*, nota en la descarga de las series). En consecuencia, los municipios que desparecen con anterioridad al Censo de 1981 pasan a engrosar las cifras de un registro de *Población en municipios desaparecidos*. Los volúmenes de población desaparecida no son despreciables y oscilan entre un valor mínimo de 270.660 personas en 1970, hasta un valor máximo de 943.626 personas en 1930 [GMACH (2006), cuadro 2.10]. Por su parte, la inspección de los datos revela que los municipios de nueva creación en este periodo simplemente aparecen de la nada y no se les asigna población anteriormente a su existencia. La base de datos tiene, pues, un buen número de municipios en los que en algunos años su población es nula, en concreto existen 1.736 ceros, algo más de un 2% de las observaciones totales.

¿Qué sucede con las alteraciones que tienen lugar con posterioridad al Censo de 1981? Los municipios de nueva creación entre los censos de 1981 y 1991 vuelven a aparecer de la nada y únicamente tienen población asignada en el año 1991. Dichos municipios no deberían aparecer si el propósito es ofrecer una base de datos con la estructura municipal del Censo de 1981. Por su parte, los municipios que desaparecen entre los censos de 1981 y 1991 simplemente son eliminados de la base de datos municipal. De nuevo estos municipios no deberían eliminarse si la referencia es la estructura municipal vigente en la fecha del Censo de 1981. Como en 1981 no se consigna *Población en municipios desaparecidos* tenemos la paradoja de que en ese año, que se supone es el de referencia, las cifras agregadas de población de la base de datos del INE no cuadran con los datos censales originales. En concreto, hay ocho provincias cuya cifra de población de hecho en los censos originales no coincide con la publicada para 1981 en esta base de datos del INE: Almería, Burgos, Cuenca, Guadalajara, Guipúzcoa, León, Salamanca y Zamora. Es posible constatar algunos pequeños problemas adicionales que el lector interesado podrá encontrar detallados en la versión de documento de trabajo de este artículo.

Así pues, la utilización de las *Series históricas municipales de población de hecho* puestas a disposición por el INE no soluciona adecuadamente los dos problemas mencionados al principio de este epígrafe, ya que la información contiene numerosas imprecisiones y, además, ni se trata de las poblaciones censales originales (disponibles en la actualidad a través del enlace *Alteraciones de los municipios en los Censos de Población desde 1842*), ni tampoco contiene ningún tipo de homogeneización territorial con arreglo a criterios claros y explícitos.

Puesto que los errores y las alteraciones municipales son cuantiosas pero afectan fundamentalmente a municipios pequeños y de escasa entidad de población, cabe preguntarse si estas imperfecciones en los datos son potencialmente relevantes para el problema que nos ocupa, la distribución del tamaño de las ciudades y la regla rango-tamaño. Aún reconociendo que las tendencias demográficas en nuestro país a lo largo de todo un siglo han sido lo suficientemente intensas como para manifestarse de forma clara a pesar de todos estos errores de medida, ofrecemos algunos ejemplos ilustrativos de lo problemático que puede ser la utilización de la base de datos del INE.

Como es bien sabido los dos municipios de mayor importancia en la historia reciente en España son Madrid, capital del Estado, y Barcelona, centro de gran tradición industrial [Nadal (2003)]. Su importancia sobre el resto de municipios españoles se observa bastante antes de comienzos del siglo XX, si bien la de Madrid desaparece si nos retrotraemos suficientemente en el tiempo [De Vries (1984), capítulo 6]. En lo referente al siglo XX ambos municipios experimentaron un crecimiento notable, como puede observarse en las dos primeras columnas del cuadro 1 que ofrecen la información censal original para ambos municipios. Aunque la población de ambos está notablemente igualada en la primera mitad del siglo XX, Madrid ocupa el primer lugar del ranking en todos los censos excepto en el de 1930. Sin embargo –y dejando al margen el hecho de si estos municipios deben ser considerados como ciudades o debe considerarse como tal su correspondiente área metropolitana–, el problema es que estamos comparando aglomeraciones de población no homogéneas. En la década de los 40 y 50 Madrid incorporó, fruto de su gran crecimiento, muchos pequeños municipios colindantes (Aravaca, Barajas de Madrid, Canillas, Canillejas, Carabanchel Alto, Carabanchel Bajo, Chamartín de la Rosa, Fuencarral, Hortaleza, El Pardo, Vallecas, Vicálvaro y Villaverde). Por su parte, Barcelona tan sólo incorporó dos municipios a principios del siglo XX (Horta y Sarriá).

En consecuencia, una comparación histórica de la población de ambos municipios exigiría homogeneizar lo que en la actualidad son sus términos municipales y reconstruir sus poblaciones hacia atrás. Esta reconstrucción son las poblaciones homogéneas en las dos últimas columnas del cuadro 1. En este caso los crecimientos de Madrid en la primera mitad del siglo XX se ven amortiguados, apareciendo además como el municipio más poblado en todos los años del siglo XX, mostrando diferencias mucho más acusadas con Barcelona que las que se observan en las cifras originales.

Cuadro 1. Población de hecho de los censos de 1900 a 1991

	Población censal		Población homogeneizada	
	Madrid	Barcelona	Madrid	Barcelona
1900	539.835	533.000	576.538	543.930
1910	599.807	587.411	659.775	595.484
1920	750.896	710.335	848.383	721.869
1930	952.832	1.005.565	1.137.943	1.005.565
1940	1.088.647	1.081.175	1.326.674	1.081.175
1950	1.618.435	1.280.179	1.645.215	1.280.179
1960	2.259.931	1.557.863	2.259.931	1.557.863
1970	3.146.071	1.745.142	3.146.071	1.745.142
1981	3.188.297	1.754.900	3.188.297	1.754.900
1991	3.084.673	1.681.132	3.084.673	1.681.132

Fuente: Censos de población, INE y elaboración propia para la población homogeneizada teniendo en cuenta las alteraciones municipales.

Aunque ciertamente puede argumentarse que centrarse en los dos municipios mayores tiende a maximizar las diferencias entre las dos bases de datos, algunos otros ejemplos son ilustrativos de los problemas que queremos resaltar. La base de datos del INE ofrece información para 8.075 municipios, lo que no coincide con los 8.022 del Censo de 1981, ni tampoco con los 8.077 del Censo de 1991. Un examen de algunos estadísticos descriptivos muestra que la base de datos del INE tiende a mostrar menores valores medios y una mayor dispersión. Así, por ejemplo, para 1900 el tamaño medio municipal es de 2.204 personas y el índice de Gini correspondiente es 0,657 con la base de datos del INE, mientras que los correspondientes valores con los datos homogéneos son 2.322 y 0,637, respectivamente. Estas diferencias se reducen conforme nos movemos en el tiempo, pero se amplían si nos centramos en los extremos de la distribución. Aunque ciertamente estas irregularidades en los datos no alteran sustancialmente las grandes tendencias demográficas resulta de interés ponerlas de manifiesto.

Consciente de este problema, García Fernández (1985) emprendió una laboriosa tarea de homogenización de las poblaciones de hecho municipales a partir de los censos de población «…para eliminar la influencia de las alteraciones territoriales de los municipios, debidas a fusiones, agregaciones parciales, segregaciones…» [Luis Ruiz-Maya Pérez, director general del INE en su momento, en García Fernández (1985), presentación, pág. III], en base a la estructura de municipios vigente en la fecha del Censo de 1981. En nuestra opinión, éstos son los datos que el INE debería haber difundido de forma adecuada a través de medios electrónicos y más modernamente vía Internet, en lugar de las *Series históricas de población de hecho municipal* que hemos comentado y que, por su fácil acceso, han sido las más utilizadas por los investigadores.

Lamentablemente, el trabajo de García Fernández (1985) no fue actualizado al Censo de 1991 y, adicionalmente, el censo de 2001 dejó de investigar la población de hecho para centrarse en la población de derecho o residente. Por ello, una base de datos homogénea de la población a escala municipal que cubriera todo el siglo XX requería de una elaboración *ex-novo* del trabajo de García Fernández (1985) que tomara como referencia la estructura de términos municipales del censo más reciente, 2001, y como variable de estudio la población de derecho.

Esta tarea de homogeneización ha sido realizada por GMACH (2006), lo que permite salvar: (*i*) todos los problemas de comparabilidad de poblaciones municipales debidas a las alteraciones; (*ii*) los problemas en las *Series históricas de población de hecho municipal para el periodo 1900-1991*; y (*iii*) el problema derivado de la necesidad de mezclar poblaciones de hecho con poblaciones de derecho, que es habitual en la práctica.

Por todo ello este trabajo parte de las poblaciones de derecho municipales homogéneas procedentes de los censos de 1900 a 2001 elaboradas por GMACH (2006), donde la homogeneidad debe entenderse como el mantenimiento de la estructura de municipios existente en el último censo disponible.

2. Sobre el concepto de ciudad

Cualquier análisis empírico sobre el grado de urbanización o la distribución del tamaño de las ciudades requiere hacer explícito un concepto previo: el de “ciudad”. La delimitación cuantitativa de este concepto es difusa, como es bien conocido por los especialistas [De Vries (1990)], si bien todo análisis referente a la población urbana depende de él. Así pues, es importante dejar claro desde el principio que no existe una definición universalmente aceptada de “ciudad” a efectos estadísticos.

Las ciudades pueden ser definidas de muchas formas, a partir de núcleos o a partir de umbrales mínimos referentes a poblaciones municipales. En este caso pueden considerarse los municipios aisladamente o, por el contrario, contemplar la posibilidad de que varios términos municipales puedan constituir una sola ciudad, como en el caso de las áreas metropolitanas o grandes áreas urbanas, donde el proceso de concentración de la población ha desbordado los lindes municipales en muchos casos. Por otra parte, en un análisis histórico de largo plazo, podemos analizar siempre las mismas “ciudades” a lo largo del tiempo o, por el contrario podemos establecer umbrales o definiciones (fijos o variables) de forma que el número de ciudades difiera. Conforme transcurre el tiempo unas aparecen y otras (menos frecuentemente) desaparecen. También es posible definir las ciudades a partir de un tamaño mínimo que englobe a un porcentaje dado del total de la población. Todos estos criterios alternativos han sido considerados por la literatura [Cheshire (1999)]. Las dificultades a la hora de concretar el concepto práctico de “ciudad” se acentúan en el caso español por la ausencia, en nuestra tradición estadística y administrativa, de una definición de área urbana o metropolitana [Feria (2004)] sobre la que basar un concepto operativo de “ciudad” [Capel (1975)][2].

Los municipios, que es la forma en la que la información nos viene dada, son sólo una aproximación al concepto de asentamiento de población, y resulta obvio que no es una buena aproximación en algunos casos. Las “ciudades” de Madrid, Barcelona, Valencia, Sevilla, Bilbao, o muchas otras, se extienden más allá de los términos municipales con el mismo nombre. Por ello, y aunque reconocemos que es difícil escapar en estos temas de la división administrativa, nuestro análisis de la distribución del tamaño de las ciudades no se basará en los datos de población estrictamente municipal, sino en el concepto de área urbana recogido en el Atlas Estadístico de las Áreas Urbanas en España del Ministerio de Fomento (2000).

La definición de Área Urbana del Ministerio de Fomento (2000) parte del Censo de 1991, del Padrón de 1996 y de determinados criterios que combinan umbrales mínimos de población, densidades, dinámicas demográficas, redes de transporte y estructuras sectoriales. A partir de esta información se determinan 68 Grandes Áreas Urbanas de más de 50.000 habitantes[3]. De ellas, 31 comprenden más de un término municipal y las restantes (37) solamente uno. Estas 68 Grandes Áreas Urbanas engloban un total de 495 municipios. Además, se determinan Pequeñas Áreas Urbanas entre los municipios de 10.000 a 50.000 habitantes, con un total de 226 municipios (todas uni-municipales). Aunque el *conmuting* está ausente en la definición del grado de urbanización, tomamos esta clasificación como un punto de partida, a efectos prácticos, para una definición operativa del concepto de “ciudad” que, en algunos casos, se extiende más allá del término municipal.

En resumen, las denominadas Áreas Urbanas por el Ministerio de Fomento (2000) son 294 y a ellas pertenecen 721 municipios. El resto, 7.378 municipios de los 8.099 que aparecen en el Padrón de 1996, son definidos simplemente como áreas no urbanas (lo que no significa necesariamente que sean rurales).

Aquí se adopta, como punto de partida, el mismo concepto –asimilando el de “ciudad” con el de Área Urbana– pero deberemos hacer previamente dos ajustes. En primer lugar, con el fin de enlazar las series debe tenerse en cuenta que entre el Padrón de 1996 y el Censo de 2001 aparecieron 10 nuevos municipios. Los criterios para la clasificación de dichos municipios fueron los siguientes: (*i*) Si la segregación del municipio es de otro perteneciente a una de las grandes áreas urbanas pluri-municipales definidas por el Ministerio, entonces pasa directamente a formar parte de dicha área urbana. Este es el caso de La Palma de Cervelló (08905) perteneciente al área urbana de Barcelona, y de San Antonio de Benagé-

(2) En general esta tradición está ausente en Europa, frente a la costumbre de países como Estados Unidos [*Office of Management and Budget* (2000)] o Canadá [*Statistics Canada* (2002), Mendelson y Lefebvre (2003)] en los que dicha tradición está fuertemente arraigada y diversas acepciones de áreas urbanas, metropolitanas y aglomeraciones de población se definen, con carácter cambiante en el tiempo, en los propios censos de población.

(3) Una de ellas, Huesca, no alcanza dicho umbral mínimo en el año de referencia.

ber (46903) perteneciente a la de Valencia. (*ii*) En el resto de casos todos los municipios segregados tienen poblaciones inferiores a los 10.000 habitantes, tanto en 1991 como en 2001, y en consecuencia no pasaron a formar parte de ningún área urbana. En definitiva, 723 de los 8.108 municipios del censo de 2001 quedan agrupados en las 294 Áreas Urbanas definidas por el Ministerio de Fomento (2000) que son las que constituyen nuestro concepto de "ciudad". De ellas, 31 son pluri-municipales y 263 son uni-municipales.

En segundo lugar, puesto que estas áreas han sido definidas con criterios actuales, parece razonable pensar que muchas de ellas no constituían realmente áreas urbanas en el pasado, y en consecuencia no deberían ser consideradas como ciudades cuando realizamos un análisis de corte histórico. Por ello, partiendo de la estructura anterior para el Censo de 2001, y siguiendo la lógica del Ministerio de Fomento de imponer un mínimo en el número de habitantes para pertenecer al conjunto de ciudades, imponemos hacia atrás un umbral mínimo de población de 10.000 habitantes. De esta forma tenemos un número creciente de ciudades a lo largo del tiempo. El cuadro 2 ofrece el número de ciudades para cada año censal, así como el porcentaje de población urbana que, de acuerdo con nuestra definición, se ha más que duplicado en cien años, rondando a principios del siglo XXI el 75%[4].

Por su parte los cuadros 3 y 4 ofrecen algunos estadísticos de interés. El cuadro 3 recoge los tamaños medios de las ciudades. Mientras el conjunto de municipios doblaba su tamaño medio a lo largo del siglo, las "ciudades" lo hacían por un factor algo mayor, un 2,5. Por el contrario, las "áreas no urbanas" experimentaron una reducción en su tamaño medio, alcanzando el máximo en el Censo de 1950. Finalmente el cuadro 4 ofrece los índices de Gini (1912) para las distintas agrupaciones, y muestra así diferentes perspectivas sobre la evolución de las disparidades a lo largo del siglo XX. Si se consideran todas las áreas, la evolución del índice de Gini confirma el incremento sostenido de la desigualdad, señalado por GMACH (2006) para el conjunto de municipios y al que hacíamos referencia al comienzo del trabajo. Piénsese que el valor máximo del índice de Gini es la unidad y en las últimas décadas analizadas nos encontramos con valores próximos al 0,9. Este incremento es igualmente sostenido, aunque mucho más moderado, para el conjunto de áreas no urbanas. Por el contrario, si nos restringimos a las "ciudades" la desigualdad alcanza su máximo en 1981, después de un intenso periodo de crecimiento, y a partir de entonces observamos una cierta estabilidad con ligera tendencia a la disminución. Sin duda alguna los fuertes procesos de concentración de la población en las grandes áreas metropolitanas y su estabilización en las últimas décadas del siglo XX están detrás de esta evolución. Es el perfil seguido por las "ciudades" el que está en línea con los resultados obtenido por LPS (2004) y Le Gallo y Chasco (2008). No obstante, la comparación de los años inicial y final deja claro el fuerte proceso de concentración de la población aun dentro del grupo más homogéneo de áreas urbanas.

(4) La determinación de las grandes ciudades se hace estableciendo un umbral mínimo de 50.000 habitantes.

Cuadro 2: Observaciones y población urbana, 1900-2001

Áreas	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1981	1991	2001
Ciudades	**157**	168	185	197	214	219	239	265	287	292	*294*
Grandes ciudades	**25**	26	28	30	38	45	49	54	64	67	*72*
Pequeñas ciudades	**132**	142	157	167	176	174	190	211	223	*225*	222
Áreas no urbanas	*7.522*	7.511	7.494	7.482	7.465	7.460	7.440	7.414	7.392	7.387	**7.385**
Población urbana (porcentaje)	**34,4**	35,5	38,8	42,0	46,2	49,2	54,9	65,1	71,8	73,6	*74,2*

Cuadro 3: Tamaños medios, 1900-2001

Áreas	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1981	1991	2001
Ciudades	**41.205**	42.972	46.110	51.179	56.905	63.248	70.687	83.668	94.225	97.977	*103.094*
Grandes ciudades	**166.621**	178.163	200.069	226.433	228.313	230.414	266.837	332.957	353.640	*357.625*	352.952
Pequeñas ciudades	**17.452**	18.219	18.652	19.696	19.897	20.016	20.101	19.869	19.774	20.659	*22.059*
Áreas no urbanas	1.643	1.750	1.799	1.864	1.903	*1.920*	1.866	1.601	1.439	**1.389**	1.427
Todas las áreas	**2.452**	2.651	2.867	3.129	3.436	3.669	4.008	4.433	4.907	5.062	*5.319*

Cuadro 4: Índice de Gini, 1900-2001

Áreas	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1981	1991	2001
Ciudades	**0,595**	0,596	0,618	0,639	0,658	0,675	0,706	0,748	*0,764*	0,759	0,753
Grandes ciudades	0,452	**0,447**	0,478	0,522	0,548	0,566	0,598	0,636	0,654	0,651	*0,655*
Pequeñas ciudades	0,213	0,213	0,222	0,231	0,229	0,224	0,233	*0,235*	0,219	0,209	**0,204**
Áreas no urbanas	**0,525**	0,528	0,533	0,539	0,547	0,552	0,566	0,601	0,637	0,657	*0,676*
Todas las áreas	**0,665**	0,671	0,688	0,706	0,728	0,745	0,778	0,836	0,874	0,886	*0,893*

Nota: En negrita el valor mínimo de cada área en el periodo. En cursiva el valor máximo de cada área en el periodo. El concepto de ciudad se asimila al de área urbana del Ministerio de Fomento (2000) con una condición sobre tamaño mínimo conforme examinamos años anteriores.

Fuente: INE, Ministerio de Fomento (2000) y elaboración propia.

3. Modelización económica, sistemas de ciudades y Ley de Zipf

Aunque la ley de Zipf apareció como una regularidad empírica observada para un gran número de países y periodos de tiempo [Carroll (1982), De Vries (1984), Smith (1990), Soo (2005)], la literatura teórica reciente ha tratado de desarrollar modelos que sean capaces de generarla; descansen sobre mecanismos económicos plausibles; y sean consistentes con otras características básicas de los sistemas de ciudades, como las economías de aglomeración y los costes de congestión [Eaton y Eckstein (1997), Brakman *et al.* (1999), Duranton (2002, 2006), Rossi-Hansberg y Wright (2007), Córdoba (2008)].

Estos modelos generan situaciones en las que las ciudades, bajo ciertas condiciones, crecen de forma aleatoria (independientemente de su tamaño), con una media y varianza común. Como ha demostrado Gabaix (1999), si el proceso de crecimiento de las ciudades es homogéneo en este sentido, entonces la distribución límite del tamaño de las ciudades converge a la ley de Zipf. Sin embargo, un proceso de crecimiento homogéneo de este estilo (las ciudades creciendo de forma aleatoria a la misma tasa esperada y con la misma varianza) es conocido en la literatura como la ley de Gibrat (1931) o ley de crecimiento proporcional [Sutton (1997, 1998)]. Así pues, Gabaix (1999) ha transformado la oscura regularidad de la ley de Zipf, en una regularidad mucho más fácil de entender y explicar, la ley de Gibrat, y desviaciones de la ley de Zipf pueden ser entendidas como desviaciones de la ley de crecimiento proporcional [Ioannides y Overman (2003)]. De hecho, Córdoba (2008) muestra como la ley de Gibrat es una condición necesaria para la ley de Zipf.

Al margen de la regularidad estadística que pone de manifiesto la sección siguiente de este trabajo es razonable preguntarse por las implicaciones que ello tiene sobre los modelos de economía urbana. La estructura urbana refleja, en un momento dado, fuerzas económicas opuestas que tienden a la concentración, como los rendimientos crecientes a varios niveles, y a la dispersión, como los costes de congestión y el precio del suelo. Las teorías que tratan de explicar esta estructura pueden agruparse en tres grandes bloques:

(i) Crecimiento aleatorio: La distribución de la actividad, y por ende de las ciudades, es el resultado de un proceso estocástico muy simple cuyo crecimiento es aleatorio [Simon (1955), Sutton (1997, 1998)], y que al estar en funcionamiento durante un largo periodo de tiempo da lugar a una distribución determinada [Eeckout (2004)]. Su principal ventaja es que en el límite la distribución de las ciudades debe ajustarse a la ley de Zipf.

(ii) Determinantes geográficos fundamentales: La geografía es determinante en la localización de la actividad. Hay ventajas naturales de primer orden, relacionadas con características físicas del entorno, que determinan la localización [Krugman (1991, 1993)]. Sólo si la distribución de estas ventajas obedece a una ley potencial este tipo de teorías son capaces de explicar la ley de Zipf.

(iii) Rendimientos crecientes: En un mundo de competencia imperfecta con diferenciación de productos y costes de transporte, el tamaño incorpora una ventaja comparativa derivada de efectos desbordamiento (*spillovers*)

asociados al conocimiento así como de la proximidad de productores y consumidores. Se trata (en parte) de ventajas naturales de segundo orden creadas por las ventajas naturales de primer orden mediante un proceso acumulativo [Krugman (1991), Fujita *et al.* (1999)]. Estas teorías acomodan con dificultad la ley de Zipf. No obstante, algunos modelos recientes en esta tradición, como el de Rossi-Hansberg y Wright (2007), que incorpora ideas del sistema de ciudades de Henderson (1974) y de los modelos de crecimiento endógeno, son capaces de acomodar la ley de Zipf en casos muy particulares.

La evidencia que mostramos a continuación argumenta que la distribución de Pareto en general, y la ley de Zipf en particular, son una aproximación razonable cuando se adopta la definición de ciudad descrita en el epígrafe anterior. Ello es evidencia en contra de las economías de escala asociadas al tamaño de las ciudades. Esta afirmación debe ser matizada por el hecho de que, como veremos, el examen de las tasas de crecimiento de aquellas ciudades que ya lo eran en 1900 muestra que las economías de aglomeración del tipo consideradas por Henderson (1974) juegan su papel, pero al parecer sólo en las grandes áreas metropolitanas.

4. Un Contraste Estadístico de la Ley de Zipf

Consideremos un conjunto de n ciudades ordenadas de acuerdo al tamaño de su población, x, de forma no creciente:

$$x_{(1)} \geq x_{(2)} \geq \cdots \geq x_{(r)} \geq \cdots \geq x_{(n-1)} \geq x_{(n)} \qquad [1]$$

así $x_{(1)}$ es la ciudad con mayor población y $x_{(n)}$ es la ciudad más pequeña. Por tanto r representa el ranking correspondiente.

La conocida como ley de Zipf, que aparece ya en Auerbach (1913), es formulada usualmente a partir de la regla rango-tamaño que expusimos en la introducción. En concreto, dado r y $x_{(r)}$ el producto de ambas magnitudes debe ser (aproximadamente) constante, c, para todo r. Es decir,

$$r.x_{(r)} \simeq c \qquad [2]$$

Para $r = 1$ obtenemos $x_{(1)} \simeq c$, es decir c representa la ciudad de mayor tamaño. De acuerdo con [2] un gráfico de r frente a $x_{(r)}$ adoptará la forma de una hipérbola rectangular. Alternativamente el gráfico del logaritmo del rango frente al logaritmo del tamaño generará una línea recta con pendiente igual a -1.

La versión contrastable de [2] utilizada por la literatura aplicada [Carroll (1982), Smith (1990), Eaton y Eckstein (1997), Soo (2005), Lanaspa *et al.* (2003, 2004), LPS (2004)] parte de la estimación por mínimos cuadrados ordinarios (OLS) de la ecuación lineal

$$\log r = \beta_1 + \beta_2 \log x_{(r)} + \varepsilon_r \qquad [3]$$

para, a continuación, examinar hasta qué punto es o no posible rechazar $H_0: -\beta_2 = 1$. Desviaciones de la ley de Zipf representan, en este contexto, desviaciones de β_2

de -1. En este último caso β_2 puede tomar otro valor fijo, distinto de -1. Si es así la regularidad empírica [2] se reformula como una ley potencial $r.x_{(r)}^{\theta} \simeq d$, lo que guarda una estrecha relación con la distribución de Pareto (1896), como veremos a continuación. Adicionalmente, β_2 puede ser a su vez una función de $x_{(r)}$ y, en consecuencia, [3] estar incorrectamente especificada [Rosen y Resnick (1980), Fan y Casetti (1994)].

La relación entre el logaritmo de r y el de $x_{(r)}$ para las "ciudades" españolas en 1900, 1950 y 2001 es la que se ofrecía en el gráfico 1 al principio del trabajo. Si observamos el gráfico con detalle veremos dos observaciones separadas del resto en el extremo superior de la distribución. Se trata de las áreas metropolitanas de Madrid y Barcelona. Resulta interesante constatar que estas aglomeraciones urbanas ya aparecen por encima del resto de la distribución en el siglo XIX [De Vries (1984), capítulo 6] y, en consecuencia, parece que merecen un tratamiento diferencial[5].

El negativo de la estimación OLS de β_2 en la ecuación [3] para nuestra definición de ciudad, junto con el error estándar y el estadístico t de H_0: $-\beta_2 = 1$ se ofrece en el panel a) del cuadro 5. Aunque las estimaciones están razonablemente en el entorno de la unidad (entre 1,1 y 0,9), el estadístico t permite rechazar la hipótesis nula con un amplio margen de confianza en todos los años excepto en 1950, año en que la estimación es prácticamente igual a la unidad. Es interesante destacar que se observa, a lo largo del periodo, una ligera tendencia decreciente en la estimación, que se estabiliza en el entorno de 0,9 en la década de los 70. En términos del gráfico 1 esto significa un mayor crecimiento de las ciudades grandes, perceptible en el mayor desplazamiento de la parte inferior de la línea de regresión. Sin embargo, los resultados de Monte Carlo en Gabaix y Ioannides (2004) muestran importantes sesgos en el estimador de OLS en [3] (a pesar de que es consistente), así como el sesgo a la baja en el estimador del error estándar de la estimación de OLS, ya que el procedimiento de ordenación introduce autocorrelación positiva, lo que afecta negativamente a la inferencia. Trabajos estadísticos recientes acerca de las propiedades estadísticas de la regresión [3], muestran que los problemas de inferencia son mayores de lo que cabría esperar. En concreto, Gabaix y Ibragimov (2007) muestran que desplazar r en una cuantía igual a 1/2 en [3] es óptimo en términos de reducir los sesgos de OLS, por lo que la regresión a estimar es ahora

$$\log(r - 1/2) = \beta_1 + \beta_2 \log x_{(r)} + \varepsilon_r \qquad [4]$$

cuyo error estándar asintótico para la pendiente viene dado por $|\hat{\beta}_2|.\sqrt{2/n}$, de forma que el error estándar que proporcionan los programas de regresión es incorrecto, incluso si introducimos ajustes por heterocedasticidad y autocorrelación[6].

(5) Estas dos ciudades representaban, en 2001, algo más del 30% del total de población urbana. La existencia de dos ciudades de tamaño similar, y claramente fuera de la distribución del resto, es una de las desviaciones de la ley de Zipf señaladas por Smith (1990). En el caso de Madrid, capital del Estado, este excesivo tamaño tiene una clara justificación política [Ades y Glaeser (1995), Bahamonde y Otero (1999)]. El caso de Barcelona es, quizá, de más difícil explicación, pero ésta hay que buscarla, seguramente, en los orígenes de la revolución industrial [Nadal (2003)].

(6) De hecho, como muestran Nishiyama y Osada (2004) y Nishiyama *et al.* (2006), el estadístico t habitual diverge como consecuencia de que el error estándar de la regresión tiende a cero en el caso analizado.

Cuadro 5: Estimación de la ecuación rango-tamaño

Áreas	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1981	1991	2001
a) Ecuación (3): Variable dependiente: log(*r*)											
Estimación OLS de β_2 (negativo)	1,102	*1,105*	1,083	1,066	1,027	0,992	0,957	0,909	**0,883**	0,886	0,896
Estimación OLS del error estándar de β_2	*0,011*	0,010	0,009	0,008	0,007	0,005	**0,005**	0,005	0,005	0,006	0,005
Estadístico *t* de la ley de Zipf	9,43	*10,35*	9,43	8,22	4,08	-1,49	-8,25	-16,55	**-21,49**	-19,95	-19,63
b) Ecuación (4): Variable dependiente: log(*r*-1/2)											
Estimación OLS de β_2 (negativo)	1,152	*1,152*	1,127	1,107	1,064	1,027	0,989	0,938	**0,909**	0,912	0,922
Estimación del error estándar asintótico de β_2	*0,130*	0,126	0,117	0,112	0,103	0,098	0,091	0,081	0,076	**0,075**	0,076
Estadístico *t* de la ley de Zipf	1,17	*1,21*	1,08	0,96	0,62	0,28	-0,12	-0,77	**-1,20**	-1,17	-1,03
c) Ecuación (5): Variable dependiente: log(*r*-1/2)											
Estimación OLS de β_3	0,011	0,009	0,015	*0,017*	0,002	**-0,009**	-0,004	0,005	0,003	0,002	0,000
Estimación del error estándar asintótico de β_3	*0,075*	0,072	0,066	0,062	0,055	0,050	0,045	0,038	0,034	**0,034**	0,035
Valor en probabilidad: Significatividad de β_3	0,882	0,905	0,824	**0,785**	0,967	0,857	0,933	0,901	0,928	0,958	*0,997*

Nota: En negrita el valor mínimo de cada área en el periodo. En cursiva el valor máximo de cada área en el periodo. El concepto de ciudad se asimila al de área urbana del Ministerio de Fomento (2000) con una condición sobre tamaño mínimo conforme examinamos años anteriores.

Fuente: INE, Ministerio de Fomento (2000) y elaboración propia.

El panel b) del cuadro 5 muestra los resultados de la estimación de la ecuación [4] junto con el error estándar asintótico y el correspondiente estadístico t de H_0: $-\beta_2 = 1$. En consonancia con los resultados esperados la estimación de β_2 crece ligeramente, pero sigue manteniéndose en el mismo entorno y muestra la misma tendencia. Sin embargo, lo más importante es que ahora somos incapaces de rechazar la ley de Zipf en ninguno de los años considerados, ya que el valor en probabilidad del estadístico t no es nunca inferior al 20%.

Añadir un término cuadrático nos permite examinar desviaciones de la ley de Zipf más allá de un valor concreto del parámetro, es decir más allá de la ley potencial [Rosen y Resnick (1980)]. Sin embargo, por los mismos motivos que antes, la inferencia debe ser ajustada para que sea válida. Gabaix y Ibragimov (2008) proporcionan dicho ajuste. Así pues, un contraste sencillo en el contexto de [4] se obtiene a partir de la significatividad del término cuadrático en

$$\log(r - 1/2) = \beta_1 + \beta_2 \log x_{(r)} + \beta_3 (\log x_{(r)} - x_*)^2 + \varepsilon_r \qquad [5]$$

donde $x_* = \dfrac{Cov\left((\log x)^2, \log x\right)}{2.Var(\log x)}$, siendo *Cov* y *Var* los correspondientes momentos muestrales. El término $(\log x_{(r)} - x_*)^2$ mide desviaciones cuadráticas respecto a la ley potencial y x_* simplemente centra el término cuadrático de forma que las estimaciones OLS de β_2 en [4] y [5] sean idénticas. La regla de rechazo es: rechazar la ley potencial si y sólo si, $\left|\sqrt{2n}.\dfrac{\hat{\beta}_3}{\hat{\beta}_2^2}\right| > z_{\alpha/2}$, donde $z_{\alpha/2}$ es el valor crítico de una normal estándar para un nivel de significación α. La última línea del panel c) del cuadro 5 ofrece el valor en probabilidad de dicho contraste, claramente no encontramos ninguna evidencia estadística en contra de la ley de Zipf en nuestros datos.

Sin embargo, ya observamos en la introducción que la regla rango-tamaño que justifica la ecuación [3] es sólo una aproximación, aunque sea ampliamente utilizada en la práctica. Diversos autores [Quandt (1964), Rapoport (1978), Alperovich (1988), Kamecke (1990), Urzúa (2000)] han señalado que es necesario preguntarse por los fundamentos probabilísticos de la relación [2] antes de proceder a estimar directamente la ecuación [3]. Dicho de otra forma, es necesario traducir la relación rango-tamaño [2] en una relación frecuencia-tamaño. Consideremos en este sentido que el tamaño de una ciudad, x, es una variable aleatoria continua y estrictamente positiva, con función de densidad de probabilidad $f(x)$. Dada una muestra aleatoria de tamaño n, $\{x_i\}_{i=1}^n$, y suponiendo que todos los tamaños son diferentes podemos escribir,

$$r_x \simeq n.\int_x^\infty f(z).dz \qquad [6]$$

donde hemos añadido el subíndice x en r_x para enfatizar la dependencia del rango respecto al tamaño. Podemos ahora derivar el proceso probabilístico, $f(x)$, subyacente a [2]. Substituyendo esta última relación en [6]

$$\frac{c}{x} \simeq n.\int_{x}^{\infty} f(z).dz \qquad [7]$$

por lo que derivando a ambos lados de la igualdad obtenemos

$$f(x) \simeq \frac{c}{n}.\frac{1}{x^2} \qquad [8]$$

Así pues, cualquier contraste eficiente de la ley de Zipf debe basarse en la ley de potencia recogida por la densidad [8]. Es fácil observar que [8] es un caso particular de la función de densidad de Pareto (1896), introducida por este autor para el estudio de la parte superior de la distribución de la renta y la riqueza. La densidad de Pareto viene dada por

$$f_P(x) = \frac{\theta}{\mu}\left(\frac{\mu}{x}\right)^{\theta+1} \qquad x \geq \mu \qquad [9]$$

donde $\mu > 0$ es un parámetro de posición que puede interpretarse como el tamaño mínimo, y $\theta > 0$ es un parámetro de forma indicativo de la dispersión de la distribución y conocido como exponente de Pareto. A mayores valores de θ se obtienen densidades más concentradas en las proximidades del mínimo, es decir, menos dispersas. Aunque el espacio paramétrico está compuesto por dos parámetros (μ y θ), y puesto que la densidad sólo está definida a partir de un valor mínimo, $\mu > 0$, este parámetro suele fijarse en el mínimo observado en la muestra, $\hat{\mu} = x_{(n)}$, lo que equivale a realizar el análisis condicionado en este valor[7].

La ley de Zipf se obtiene fijando $\theta = 1$ en [9], en cuyo caso $\mu = \frac{c}{n}$ [8]. El estimador de máxima verosimilitud (MLE) de θ en [9] puede obtenerse con facilidad [Hill (1975)] y un contraste de H_0: $\theta = 1$ puede realizarse por los métodos habituales. Aunque esta aproximación es seguida por algunos autores [Kamecke (1990), Soo (2005)], se trata de una opción poco robusta, ya que considera como hipótesis mantenida la distribución de Pareto[9].

Podemos ahora examinar la relación entre $f_P(x)$ y la regla rango-tamaño, [3]. A partir de [9] podemos obtener, por integración, la función de distribución acumulativa

$$F_P(x) = 1 - \left(\frac{\mu}{x}\right)^{\theta} \qquad [10]$$

(7) El valor mínimo de la muestra es, además, el estimador de máxima verosimiltud (MLE) de μ, aunque dada la dependencia entre el espacio muestral y el espacio paramétrico en este caso no puede obtenerse dicha estimación mediante cálculo, ni tiene las propiedades habituales de estos estimadores.

(8) La dependencia de los parámetros de la distribución respecto a *n* muestra que la ley de Zipf sólo se verificará, en el mejor de los casos, para un determinado tamaño muestral.

(9) Resulta de interés, no obstante, observar que la estimación de mínimos cuadrados generalizados de [3] bajo la ley de Pareto genera el estimador de Hill (1975), tal y como han demostrado Aban y Meerschaert (2004).

Por tanto, $1 - F_P(x) = \left(\dfrac{\mu}{x}\right)^{\theta}$ representa la proporción de ciudades con tamaños superiores a x, $\left(\dfrac{\mu}{x}\right)^{\theta} = \int_x^{\infty} f_P(z).dz$. Insertando [10] en [6] obtenemos la relación entre la distribución de Pareto y la regresión rango-tamaño [3]. En concreto,

$$r_x \simeq n.\left(\frac{\mu}{x}\right)^{\theta} \qquad [11]$$

por lo que tomando log $r_x \simeq \gamma - \theta \log x$ donde $\gamma = \log n\mu^{\theta}$. En consecuencia, la estimación de β_2 en [3] constituye una estimación de -θ en [9] y la estimación de β_1 en [3] depende de forma monótona de *n*. Obsérvese que incluso si la ley de Pareto se cumple de forma exacta la regla rango-tamaño tan sólo se verifica de forma aproximada. Sin embargo el enfoque moderno de esta cuestión parte de la distribución de Pareto, de la cual la ley de Zipf es un caso particular [Gabaix (2008)].

El cuadro 6, panel a), muestra los resultados de la estimación MLE de θ en [9], así como la *t*-ratio del contraste de H_0: $\theta = 1$ *versus* H_1: $\theta \neq 1$, y su valor en probabilidad. Los resultados indican que el exponente de Pareto muestra en este caso la misma tendencia decreciente que ya observamos en la estimación de la regla rango-tamaño. El valor mínimo se alcanza en 2001, $\hat{\theta} = 0{,}86$. Un contraste formal de la hipótesis de la ley de Zipf nos permite rechazarla con un margen razonable de confianza en este año, pero en todos los demás casos no encontramos evidencia estadística suficiente en contra de la ley de Zipf[10].

Como ha mostrado Gabaix (1999), desviaciones de la ley de Zipf pueden interpretarse como desviaciones de la ley del crecimiento proporcional. En consecuencia, nuestros resultados apuntan a que las ciudades han tendido a crecer a lo largo del siglo XX a una tasa que, en promedio, es independiente de su tamaño, si bien esta afirmación requeriría un análisis mucho más detallado. No obstante, en los últimos años se observa una disminución del exponente de Pareto, robusta al método de estimación utilizado, que indica un distanciamiento de esta ley de crecimiento proporcional. No abordaremos detalladamente esta cuestión, pero resulta de interés examinar las tasas de crecimiento promedio para las 157 ciudades existentes en 1900. La tasa de crecimiento medio por década para este conjunto de ciudades y la totalidad del periodo es de un 9,0%, pero si nos centramos en las grandes ciudades (mayores de 50.000 habitantes) resulta ser algo superior, un 14,3%, muy similar a la que obtenemos si nos restringimos al grupo de las que ya en 1900 tenían más de 100.000 habitantes, un 14,4%, o las que se encontraban entre estos dos límites, un 14,1%. El distanciamiento respecto a las pequeñas ciudades es todavía mayor si nos centramos sólo en las 5 grandes áreas metropolita-

(10) A sugerencia de un evaluador todos los resultados de este trabajo se replicaron eliminado las ciudades de Madrid y Barcelona que, como ya señalamos, destacan sobre el resto. En términos del exponente de Pareto esto provocó un ligero incremento del mismo, sin embargo, los resultados sobre la inferencia estadística son robustos a esta eliminación.

Cuadro 6: ESTIMACIÓN MÁXIMO VEROSÍMIL Y CONTRASTES DE ESPECIFICACIÓN

Áreas	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1981	1991	2001
a) Densidad de Pareto											
Estimación MLE de θ	*1,247*	1,180	1,157	1,096	1,033	0,976	0,967	0,955	0,915	0,888	**0,859**
Estadístico *t* de la ley de Zipf	*2,47*	1,97	1,84	1,23	0,47	-0,37	-0,52	-0,76	-1,56	-2,14	**-2,82**
Valor en probabilidad	0,013	0,049	0,066	0,219	0,639	*0,711*	0,604	0,449	0,118	0,032	**0,005**
b) Densidad de Burr											
Estadístico LM de la ley de Pareto: $\chi^2(1)$	0,953	0,015	**0,004**	0,724	1,172	2,037	0,733	0,029	0,368	2,626	*7,414*
Valor en probabilidad	0,329	0,903	*0,948*	0,395	0,279	0,154	0,392	0,866	0,544	0,105	**0,006**
Estadístico LM de la ley de Zipf: $\chi^2(2)$	8,539	4,267	3,732	2,012	1,143	1,840	0,761	**0,484**	2,432	6,354	*13,916*
Valor en probabilidad	0,014	0,118	0,155	0,366	0,565	0,398	0,683	*0,785*	0,296	0,042	**0,001**

Nota: En negrita el valor mínimo de cada área en el periodo. En cursiva el valor máximo de cada área en el periodo. El concepto de ciudad se asimila al de área urbana del Ministerio de Fomento (2000) con una condición sobre tamaño mínimo conforme examinamos años anteriores.

Fuente: INE, Ministerio de Fomento (2000) y elaboración propia.

nas, Madrid, Barcelona, Valencia, Sevilla y Bilbao, ya que en este caso el crecimiento promedio por década alcanza el 16,9%. Ciertamente la incorporación de nuevas ciudades debe añadir homogeneidad al proceso pero esta observación casual, más allá de un contraste estadístico formal, indica que al menos algunas grandes ciudades presentan un crecimiento que sí parece depender positivamente de su tamaño. Un análisis más detallado de esta cuestión, distinguiendo por subperíodos, es objeto de investigación en la actualidad.

Como ha señalado Gabaix (2008), OLS es típicamente más robusto que MLE, pero visto de otra forma ello tiene la ventaja de que el contexto de la máxima verosimiltud nos permite detectar con mayor facilidad desviaciones de la ley Zipf. En concreto, considérese la siguiente densidad, que es un miembro particular de la familia de distribuciones de Burr (1942) [Johnson y Kotz (1970), pág.-31]

$$f_B(x) = \frac{\theta}{\sigma}\left(1 + \frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-(\theta+1)} \qquad x \geq \mu \qquad [12]$$

Esta es una distribución más general que la de Pareto, en el sentido de que si $\sigma = \mu$, entonces $f_P(x) = f_B(x)$. En consecuencia, en este contexto un contraste de la ley de Pareto puede reformularse como un contraste de la hipótesis H_0: $\sigma = \mu$, y un contraste de la ley de Zipf como un contraste conjunto de H_0: $\sigma = \mu$ y $\theta = 1$. Al igual que antes, μ se fija al valor mínimo observado en la muestra, por lo que tenemos sólo dos parámetros a estimar. Lamentablemente, la función de verosimilitud asociada a [12] no admite solución explícita por lo que el MLE de σ y θ debe ser obtenido por métodos numéricos. Sin embargo, Goerlich (2009) y Urzúa (2000) muestran cómo sendos contrastes de los multiplicadores de Lagrange (LM) de las hipótesis anteriores pueden ser fácilmente calculados, requiriendo sólo para su obtención momentos muestrales.

En concreto, Goerlich (2009) muestra que si $\hat{\theta}$ es el MLE del exponente de Pareto un contraste LM de H_0: $\sigma = \mu$ puede realizarse a partir del estadístico

$$LM_P = n\frac{(\hat{\theta}+2)(\hat{\theta}+1)^4}{\hat{\theta}}.\hat{z}^2 \overset{asy}{\sim} \chi^2(1) \quad \text{bajo } H_0 : \sigma = \mu \qquad [13]$$

donde $\hat{z} = \frac{\hat{\theta}}{\hat{\theta}+1} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{x_{(n)}}{x_i}$, lo que constituye un contraste de la distribución Paretiana. Por su parte, Urzúa (2000) muestra que el contraste LM de H_0: $\sigma = \mu$ y $\theta = 1$ puede realizarse a partir del estadístico

$$LM_Z = 4.n\left[z_1^2 + 6z_1z_2 + 12z_2^2\right] \overset{asy}{\sim} \chi^2(2) \qquad \text{bajo } H_0 : \sigma = \mu \text{ y } \theta = 1 \qquad [14]$$

donde $z_1 = 1 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\log\frac{x_i}{x_{(n)}}$ y $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{x_{(n)}}{x_i}$, constituyendo un contraste conjunto de distribución Paretiana y de exponente de Pareto igual a la unidad. La evidencia mostrada en ambos trabajos indica que el contraste tiene buen comportamiento en muestras mucho más pequeñas que las aquí utilizadas.

Ambos contrastes, junto con sus valores en probabilidad, se ofrecen en el panel b) del cuadro 6. Los resultados indican que la distribución de Pareto constituye una aproximación razonable a la distribución empírica de las ciudades excepto al final del periodo, cuando ambos estadísticos resultan significativos.

Esta conclusión es válida condicionada en nuestro concepto de ciudad, expuesto en la sección 2. La comparación de estos resultados con los de la versión del documento de trabajo [Goerlich y Mas (2008c)] muestra una sensibilidad importante de los mismos respecto a la definición empírica de ciudad. En concreto, aunque hemos observado cómo para un conjunto limitado de asentamientos no es posible rechazar la ley de Zipf como una aproximación razonable a la estructura urbana, no es difícil rechazar dicha ley simplemente alterando el concepto de ciudad. Esta dependencia de los resultados respecto al concepto empírico de ciudad no debe extrañarnos, ya que está implícita en la dependencia de los parámetros de la distribución respecto al tamaño muestral a la que se ha aludido en el trabajo y aparece reiteradamente en la literatura [Urzúa (2000), Eeckhout (2004)].

5. Conclusiones

Desde nuestra perspectiva, tres son los mensajes fundamentales del trabajo:

1. Los datos habitualmente utilizados para este tipo de trabajos, procedentes de las *Series históricas de población de hecho municipal para el periodo 1900-1991* de la *web* del INE, contienen numerosas imprecisiones y errores. Si bien es cierto que las grandes tendencias demográficas no se ven afectadas por dichas imperfecciones en los datos, existen fuentes alternativas de mejor calidad: García Fernández (1985), Goerlich *et al.* (2006), o los datos originales de los censos recopilados por el propio INE en su *web* en: *Alteraciones de los municipios en los Censos de Población desde 1842*.
2. El concepto de Área Urbana, ausente en nuestra tradición estadística y administrativa, debe ser puesto en la lista de prioridades de la investigación en geografía y economía urbana. Sería conveniente disponer de un listado de áreas urbanas y metropolitanas sobre el que hubiera cierto consenso entre la profesión, y que permitiera cierta homogeneidad y comparabilidad en los estudios realizados sobre el tema. En ausencia de dicho listado se ha optado por asociar el concepto de “ciudad” a la definición de Área Urbana del Ministerio de Fomento (2000), manteniendo dicho concepto, junto con un umbral mínimo de población fijado en 10.000 habitantes, a lo largo del periodo de análisis que cubre la totalidad del siglo XX.
3. Finalmente, se ha realizado un contraste de la ley de Zipf enmarcado en un contexto probabilístico, además de la estimación más habitual de la regla rango-tamaño. Los resultados son bastante claros: la ley de Zipf no puede ser rechazada con generalidad y la distribución de Pareto parece una aproximación razonable para la distribución empírica de las “ciudades”. Esta evidencia es conforme con la ley de crecimiento proporcional y

las teorías de crecimiento aleatorio, y contraria, en gran medida, a las economías de escala en los procesos de crecimiento urbano[11].

Se observa, sin embargo, una tendencia decreciente en las estimaciones del exponente de Pareto que nos alejan de dicha distribución, y por ende de la ley de Zipf, al final del periodo analizado. Un examen somero de las tasas de crecimiento indica, no obstante, que los datos tienen una estructura más compleja de la que sugieren estos sencillos modelos de comportamiento, y donde las grandes áreas metropolitanas muestran un crecimiento promedio muy por encima del resto, al menos en el largo plazo. Este resultado sugiere cierto papel para las economías de aglomeración y los rendimientos crecientes en una parte pequeña de la distribución, la correspondiente a las "ciudades" más grandes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aban, I.B. y M.M. Meerschaert (2004): "Generalized least-squares estimators for the thickness of heavy tails", *Journal of Statistical Planning and Inference*, vol. 119, n.º 2 (febrero), págs. 341-352.

Ades, A. y E.L. Glaeser (1995): "Trade and circuses: Explaining Urban Giants", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 110, págs. 195-228.

Ajenjo, M. y A. Sabater (2004): "El Impacto de los Movimientos Migratorios sobre la Movilidad Habitual por Trabajo en Cataluña", *Scripta Nova*, vol. VIII, n.º 158 (febrero). Disponible en: *http://www.ub.es/geocrit/sn/sn-158.htm*

Alperovich, G.A. (1988): "A new testing procedure of the rank size distribution", *Journal of Urban Economics*, vol. 23, págs. 251-259.

Artís, M., J. Romaní y J. Suriñach, (1998): "Commuting in Catalonia: Estimates from a place-to-place model", 38 Congreso de la European Regional Science Association, Viena, agosto 1998. Disponible en: *http://ideas.repec.org/p/wiw/wiwrsa/ersa98p60.html*

Auerbach, F. (1913): "Das Gesetz der Bevölkerungskonzentration", *Petermanns Geographische Mitteilungen*, vol. LIX, págs. 73-76.

Bahamonde Magro, A. y L.E. Otero Carvajal (1999): "Madrid, de capital imperial a región metropolitana. Cinco siglos de terciarización", *Papeles de Economía Española*, vol. 18, págs. 18-30. Disponible en: *http://www.ucm.es/info/hcontemp/leoc/madrid%20servicios.htm*

Boix Domènech, R. (2000): "Redes de ciudades y externalidades", *Investigaciones Regionales*, vol. 4, págs. 5-27.

Brakman, S., H. Garretsen, C. van Merrewijk y M. van der Berg (1999): "The return of Zipf: Towards a further understanding of the rank-size distribution", *Journal of Regional Science*, vol. 39, n.º 1, págs. 183-213.

Burr, I.W. (1942): "Cumulative frequency functions", *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 13, n.º 2 (junio), págs. 215-232.

Camps Cura, E. (1990): "Urbanización y migraciones internas durante la transición al sistema fabril: El caso catalán", *Boletín de la Asociación de Demografía Histórica*, vol. 8, n.º 2, págs. 73-95.

(11) La comparación de los resultados de este trabajo con los de la versión del documento de trabajo (Goerlich y Mas 2008c) muestra cómo para un conjunto limitado de asentamientos es posible aceptar la ley de Zipf como una aproximación razonable a la estructura urbana, pero alterando el concepto empírico de ciudad es posible rechazarla.

Capel Sáez, H. (1972): "La validez del modelo *rank-size*", *Revista de Geografía,* vol. 6, n.º 1, (enero-junio), págs. 122-138.

Capel Sáez, H. (1975): "La definición de lo urbano", *Estudios Geográficos*, vol. 138-139, (febrero-mayo), págs. 265-301. [Número especial de "Homenaje al Profesor Manuel de Terán"].

Carroll, G. (1982): "National city-size distribution: What do we know after 67 years of research?", *Progress in Human Geography,* vol. 6, págs. 1-43.

Castañer, M., J. Vicente y G. Boix (2000, ed.): *Áreas urbanas y movilidad laboral en España*, Girona, Universitat de Girona, 17 y 18 de marzo de 2000.

Chesire, P. (1999): "Trends in sizes and structures or urban areas", en P. Chesire y E.S. Mills (ed.): *Handbook of Regional and Urban Economics,* vol. 3, Amsterdam, Elsevier Science B. V., págs. 1339–1372.

Córdoba, J.C. (2008): "On the distribution of city sizes", *Journal of Urban Economics*, vol. 63, n.º 1 (enero), págs. 177-197.

Correas, P. (1988): "Poblaciones españolas de más de 5.000 habitantes entre los siglos XVII y XIX", *Boletín de la Asociación de Demografía Histórica*, vol. 6, n.º 1, págs. 5-23.

De Cos, O. y P. Reques (2005): "Los cambios en los patrones territoriales de la población española (1900-2001)". *Papeles de Economía española,* vol. 104, págs. 167-192.

De Vries, J. (1984): *European Urbanization. 1500 – 1800,* Londres, Methuen and Co. Ltd.

De Vries, J. (1990): "Problems in the measurement, description, and analysis of historical urbanization", en A. van der Woude, J. de Vries y A. Hayami (ed.): *Urbanization in History. A Process of Dynamic Interactions,* Oxford, Claredon Press, págs. 43-60.

Duranton, G. (2002): "City size distributions as a consequence of the growth process", Centre for Economic Policy Research, Discussion Paper Series n.º 3577 (octubre). Disponible en: *http://www.cepr.org/pubs/dps/DP3577.asp*

Duranton, G. (2006): "Some foundations for Zipf´s law: Product proliferation and local spillovers", *Regional Science and Urban Economics*, vol. 36, n.º 4 (julio), págs. 542-563.

Eaton, J. y Z. Eckstein (1997): "Cities and growth: Theory and evidence from France and Japan", *Regional Science and Urban Economics*, vol. 27, págs. 443-474.

Eeckhout, J. (2004): "Gibrat´s law for (all) cities", *The American Economic Review*, vol. 94, n.º 5 (diciembre), págs. 1429-1451.

Esteve, D. y D. Devolder (2004): "De la ley rango-tamaño (*rank-size*) a la ley log-normal: Los procesos aleatorios en el crecimiento demográfico de las agregados de población", trabajo presentado en el *VII Congreso de la Asociación de Demografía Histórica*, Sesión 11: Dinámicas espaciales de la población en el largo plazo (siglos XIX y XX), Granada, 1-3 de abril de 2004.

Fan, C.C. y E. Casetti (1994): "The spatial and temporal dynamics of US regional income inequality, 1950-1989", *Annals of Regional Science*, vol. 28, págs. 177-196.

Feria Toribio, J.M. (2000): "Pautas Estructurales Diferenciadas de Movilidad en las Áreas Metropolitanas Andaluzas", en M. Castañer, J. Vicente y G. Boix (ed.): *Áreas urbanas y movilidad laboral en España*, Girona, Universitat de Girona, 17 y 18 de marzo de 2000, págs. 121-138. Disponible en: *http://iei.ua.es:9673/commuting/cap/feria2000.pdf*

Feria Toribio, J.M. (2004): "Problemas de definición de las áreas metropolitanas en España". *Boletín de la A.G.E.,* vol. 38, págs. 85-99.

Fujita, M., P.R. Krugman y A.J. Venables (1999): *The Spatial Economy: Cities, Regions, and International Trade*, Cambridge, MA, MIT Press.

Gabaix, X. (1999): "Zipf´s law for cities: An explanation", *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 114, n.º 3 (agosto), págs. 739-767.

Gabaix, X. (2008): “Power laws in economics and finance”, Documento de Trabajo n.º 14299, National Bureau of Economic Research, septiembre.

Gabaix, X. y Y.M. Ioannides (2004): “The evolution of city size distributions”, en J.V. Henderson y J.F. Thisse (ed.): *Handbook of Regional and Urban Economics*, vol. 4, capítulo 53, Amsterdam, North-Holland Publishing Company, págs. 2341-2378.

Gabaix, X. y R. Ibragimov (2007): “Rank-1/2: A simple way to improve the OLS estimation of tail exponents”, Technical Working Paper n.º 342, National Bureau of Economic Research, septiembre.

Gabaix, X. y R. Ibragimov (2008): “A simple OLS test of power law behavior”, Documento de Trabajo, Harvard University.

García Fernández, P. (1985): *La población de los actuales términos municipales 1900-1981. Poblaciones de hecho según los censos,* Madrid, INE.

García España, E. (1991): “Censos de población españoles”, *Estadística Española*, vol. 33, n.º 128 (septiembre-diciembre), págs. 441-500.

Gibrat, R. (1931): *Les inégalités économiques. Applications: aux inégalités des richesses, à la concentration des entreprises, aux populations des villes, aux statistiques des familles, etc., d’une loi nouvelle, la loi de l’effet proportionnel,* Paris, Libraire du Recueil Sirey.

Gini, C. (1912): “Variabilità e mutabilità, contributo allo studio delle distribuzioni e relazioni statistiche”, *Studi Economico-Giuridici dell’ Universiti di Cagliari*, vol. 3, part 2, págs. 1-158.

Goerlich, F.J. (2009): “A simple and efficient test for the Pareto law”, mimeo. Disponible en *Francisco.J.Goerlich@uv.es.*

Goerlich, F.J. y M. Mas (2008a): “Algunas pautas de localización de la población a lo largo del siglo XX”, *Investigaciones Regionales*, vol. 12 (primavera), págs. 5-33.

Goerlich, F.J. y M. Mas (2008b): “Empirical Evidence of Population Concentration in Spain, 1900-2001”, *Population*, vol. 63, n.º 4, págs. 1-16.

Goerlich, F.J. y M. Mas (2008c): “Sobre el tamaño de las ciudades en España. Dos reflexiones y una regularidad empírica”, Documento de Trabajo n.º 2008-06, Bilbao, Fundación BBVA. Disponible en: *http://www.fbbva.es*

Goerlich, F.J. y M. Mas (2009): “Drivers of Agglomeration: Geography *vs* History”, *The Open Urban Studies Journal*, vol. 2, págs. 28-42. Disponible en:
http://www.bentham.org/open/tousj/openaccess2.htm.

Goerlich, F.J., M. Mas, J. Azagra y P. Chorén (2006): *La Localización de la Población sobre el Territorio. Un Siglo de Cambios. Un Estudio Basado en Series Homogéneas 1900-2001*, Bilbao, Fundación BBVA.

Gómez Mendoza, A. y G. Luna Rodrigo (1986): “El desarrollo urbano en España, 1860-1930”, *Boletín de la Asociación de Demografía Histórica,* vol. 4, n.º 2, págs. 3-22.

Henderson, J.V. (1974): “The types and sizes of cities”, *The American Economic Review*, vol. 64, n.º 2 (septiembre), págs. 640-656.

Hill, B.M. (1975): “A simple general approach to inference about the tail of a distribution”, *The Annals of Statistics*, vol. 3, n.º 5 (septiembre), págs. 1163-1174.

Ioannides, Y.M. y H.G. Overman (2003): “Zipf´s law for cities: An empirical examination”, *Regional Science and Urban Economics*, vol. 33, págs. 127-137.

Johnson, N.L. y S. Kotz (1970): *Distributions in Statistics: Continuous Univariate Distributions,* vol. 1, Boston, Houghton Mifflin Company.

Kamecke, U. (1990): “Testing the rank size rule hypothesis with an efficient estimator”, *Journal of Urban Economics*, vol. 27, págs. 222-231.

Krugman, P. (1991): "Increasing returns and economic geography", *Journal of Political Economy*, vol. 99, n.º 3, págs. 483-499.

Krugman, P. (1993): "First nature, second nature, and metropolitan location", *Journal of Regional Science*, vol. 33, n.º 2, págs. 129-144.

Lanaspa, L., F. Pueyo y F. Sanz (2003): "The evolution of spanish urban structure during the twentieth century", *Urban Studies*, vol. 40, n.º 3, págs. 567-580.

Lanaspa, L., F. Pueyo y F. Sanz (2004): "Factores de localización y tendencias de población en los municipios aragoneses", Documento de Trabajo n.º 6/2004, Fundación Economía Aragonesa.

Lanaspa, L., A.M. Perdiguero y F. Sanz (2004): "La distribución del tamaño de las ciudades en España, 1900-1999", *Revista de Economía Aplicada*, vol. XII, n.º 34, págs. 5-16.

Lasuén, J.R., A. Lorca y J. Oria (1967): "City-Size distributions and economic growth", *Ekistics*, vol. 24, págs. 221-226.

Le Gallo, J. y C. Chasco (2008): "Spatial analysis of urban growth in Spain, 1900-2001", *Empirical Economics*, vol. 34, n.º 1 (febrero), págs. 59-80

Luna Rodrigo, G. (1988): "La población urbana en España, 1860-1930", *Boletín de la Asociación de Demografía Histórica*, vol. 6, n.º 1, págs. 25-68.

Mendelson, R. y J. Lefebvre (2003): "Reviewing Census Metropolitan Areas (CMA): and Census Agglomerations (CA): in Canada According to Metropolitan Functionality", Geography Working Paper Series n.º 2003-001, Statistics Canada. Disponible en: *http://www.statcan.ca:8096/bsolc/english/bsolc?catno=92F0138M2003001.*

Ministerio de Fomento (2000): *Atlas estadístico de las áreas urbanas de España,* 1.ª ed., Madrid, Ministerio de Fomento, Centro de Publicaciones.

Nadal, J. (2003, dir.): *Atlas de la Industrialización de España, 1750-2000,* Bilbao, Fundación BBVA y Editorial Crítica.

Nishiyama, Y. y S. Osada (2004): "Statistical theory of rank size rule regression under Pareto distribution", Discussion Paper n.º 009 (enero), 21COE, Interfaces for Advanced Economic Analysis, Kyoto University.

Nishiyama, Y., S. Osada y Y. Sato (2006): "OLS-t-test revisited in rank size rule regression", DEE Discussion Paper n.º 06-3, Kyoto Institute of Economic Research, Kyoto University.

Office of Management and Budget (2000): "Standards for Defining Metropolitan and Micropolitan Statistical Areas; Notice", Federal Register of USA, vol. 65, n.º 249 (diciembre). Disponible en: *http://www.census.gov/population/www/estimates/00-32997.pdf.*

Overman, H.G. y Y.M. Ioannides (2001): "Cross-Section evolution of the U.S. city size distribution", *Journal of Urban Economics*, vol. 49, págs. 543-566.

Pareto, V. (1896): *Cours d´Economie Politique*, Ginebra, Droz.

Quandt, R.E. (1964): "Statistical discrimination among alternative hypotheses and some economic regularities", *Journal of Regional Science*, vol. 5, págs. 1-23.

Rapoport, A. (1978): "Rank-size relations", en H. Kruskal y J.M. Tanur (ed.): *International Encyclopedia of Statistics*, vol. 2, Nueva York: Free Press, págs. 847-854.

Reher, D.S. (1986): "Desarrollo urbano y evolución de la población: España 1787–1930", *Revista de Historia Económica*, vol. 4, n.º 1, págs. 39-66.

Reher, D.S. (1994): "Ciudades, procesos de urbanización y sistemas urbanos en la Península Ibérica, 1550–1991", en M. Guardia, F.J. Monclús y J.L. Oyón (dir.): *Atlas histórico de ciudades europeas,* Barcelona, Centre de Cultura Contemporània de Barcelona.

Richardson, H. (1973): "Theory of the distribution of city sizes: Review and prospects", *Regional Studies*, vol. 7, págs. 239-251.

Rosen, K.T. y M. Resnick (1980): "The size distribution of cities: An examination of the Pareto law and primacy", *Journal of Urban Economics*, vol. 8, págs. 165-186.

Rossi-Hansberg, E. y M.L. Wright (2007): "Urban Structure and growth", *Review of Economic Studies*, vol. 74, n.º 2 (abril): págs. 597-624.

Simon, H. (1955): "On a class of skew distribution functions". *Biometrika*, vol. 42, págs. 425-440.

Smith, C.A. (1990): "Types of city-size distributions: A comparative analysis", en A. van der Woude, J. de Vries y A. Hayami (ed.): *Urbanization in History. A Process of Dynamic Interactions,* Oxford, Claredon Press, págs. 20-42.

Soo, K.T. (2005): "Zipf´s law for cities: A cross country investigation", *Regional Science and Urban Economics*, vol. 35, n.º 3 (mayo), págs. 239-263.

Statistics Canada (2002): "Census Metropolitan Area (CMA): and Census Agglomeration (CA)". Disponible en:
http://www12.statcan.ca/english/census01/Products/Reference/dict/geo009.htm.

Suarez-Villa, L. (1988): "Metropolitan evolution, sectoral change and the city size distribution", *Urban Studies*, vol. 25, págs. 1-20.

Sutton, J. (1997): "Gibrat´s legacy", *Journal of Economic Literature*, vol. 35, n.º 1 (marzo), págs. 40-59.

Sutton, J. (1998): *Technology and Market Structure: Theory and History,* Cambridge, MIT Press.

Tafunell, X. (2005): "Urbanización y vivienda", en A. Carreras y X. Tafunell (coord.): *Estadísticas Históricas de España. Siglos XIX-XX,* vol. I, 2.ª ed. revisada y ampliada, Bilbao, Fundación BBVA.

Trullen, J. y R. Boix Domènech (2003): "Barcelona, Metrópolis policéntrica en red", Documento de Trabajo n.º 3, Universitat Autònoma de Barcelona, Departament d'Economia Aplicada.

Valero Lobo, A. (1989): "El sistema urbano español en la segunda mitad del siglo XIX", *Boletín de la Asociación de Demografía Histórica*, vol. 7, n.º 1, págs. 7-29.

Vinuesa Angulo, J. (1996): "Dinámica de la población urbana en España (1857 – 1991):", *Ciudad y Territorio*, vol. 28, n.º 107-108, págs. 185-216.

Vinuesa Angulo, J. (1997): "El crecimiento de la población y los desequilibrios en la distribución espacial", en R. Puyol (ed.): *Dinámica de la Población en España. Cambios Demográficos en el último cuarto del siglo XX*, Colección: Espacios y Sociedades, Serie Mayor n.º 7, Madrid, Editorial Síntesis, págs. 265-311.

Zipf, G. (1949): *Human Behavior and the Principle of Least Effort,* Cambridge, MA, Addison-Wesley.

Zoido, F. y Arroyo, A. (2004): "La población de España", en A. Arroyo (coord.): *Tendencias demográficas durante el siglo XX en España*, Madrid, INE, págs. 17-75. Disponible en: *http://www.ine.es/prodyser/pubweb/tend_demo_s20/tend_demo_s20.htm*

Urzúa, C.M. (2000): "A simple and efficient test for Zipf´s law", *Economics Letters*, vol. 66, págs. 257-260.

Fecha de recepción del original: octubre, 2007
Versión final: mayo, 2009

ABSTRACT

This paper is a contribution to the empirical literature on city size distribution. It is based on Zipf's law and uses evidence provided by Spanish municipalities throughout the 20th century. The paper begins by criticizing the most frequently used database for municipal population and offers an alternative source of the data, one that is homogenous for all the census years of the 20th century and the year 2001. It then examines the concept of "city" before finally opting for the *Urban Area* as proposed by the Ministry of Public Works in its *Atlas de Áreas Urbanas*, which (in some cases) exceeds municipal boundaries. Starting from a generalization of the Pareto distribution, we carry out a formal statistical test of the Zipf's law. We also offer the results of estimating the rank-size rule using the latest statistical techniques. We are unable to reject Zipf's law generally for the concept of "city" that we use.

Key words: Population, Municipalities, Census, Agglomeration, Metropolitan Areas.

JEL Classification: J10, J11.