Revista de Economía Aplicada E A Número 3 (vol. I), 1993, págs. 95 a 117

PRIMA DE RIESGO Y VOLATILIDAD EN EL MERCADO DE VALORES ESPAÑOL*

JOSÉ-TOMÁS ALCALÁ NALVAIZ
ALFREDO BACHILLER CACHO
PILAR OLAVE RUBIO
Universidad de Zaragoza

En este trabajo se analiza la variabilidad de la prima de riesgo en el mercado de valores español a lo largo del periodo 1970-90. Un primer enfoque estudia la relación rentabilidad-riesgo, a través de un modelo ARIMA para la variable explicativa. Un análisis exploratorio de la volatilidad, utilizando técnicas no paramétricas, pone de manifiesto la posibilidad de introducir un modelo GARCH-M, cuyo interés reside en la generación por el propio modelo de medidas de la incertidumbre. Las estimaciones obtenidas indican la existencia de una volatilidad persistente en el periodo analizado, lo cual es consistente con las actuales teorías de formación de precios. Además, los resultados indican que en el último decenio, al inversor español se le ha compensado suficientemente el riesgo asumido, así como aparente ineficiencia en el mercado en algún subperiodo muestral.
Palabras clave: prima de riesgo, volatilidad, modelos GARCH-M.

El objetivo de este trabajo es estudiar la variabilidad de la prima de riesgo en el mercado de valores español en el periodo 1970-90.

El interés de estudiar la existencia de prima de riesgo variable, que incorpore fielmente las innovaciones inmediatamente anteriores de la información disponible, se pone de manifiesto en la literatura reciente [Mankiw, Romer y Shapiro (1989) y Scott (1990)], al incorporar tasas de descuento variables (deducidas a partir de la prima de riesgo) en la obtención de valores fundamentales [Scott (1991)].

En un mercado de capitales eficiente, los precios de las acciones deben incorporar toda la información existente hasta ese momento en el sentido de ser considerados como el valor actual de las rentabilidades futuras esperadas. Tal como señala Merton (1987), esta teoría no puede ser consistente con resultados empíricos que impliquen que los precios dependan de una serie de factores no relacionados con aspectos económicamente fundamentales. Shiller (1981), ya dio evidencias suficientes de que la volatilidad del mercado no se puede explicar solamente a través de los valores esperados de los flujos de caja y de las tasas

(*) Este trabajo ha sido posible gracias a la ayuda financiera del CONAI (Consejo Asesor de Investigación de la D.G.A., Proyecto 541/640).

de interés actuales. Esto no quiere decir que la volatilidad de los precios no pueda ser controlada cuando se emplea un modelo que incorpore la suficiente variabilidad en los rendimientos esperados de los activos, y por tanto en la tasa de descuento apropiada, para la actualización de los futuros flujos de rentas [Alonso, Gallastegui y Rubio (1989)].

Una hipótesis es proponer que los cambios en un mercado de capitales pueden ser debidos a fluctuaciones de la prima de riesgo (tasa de ganancias esperada de una acción o de una cartera de valores menos la tasa libre de riesgo), inducidas por la incertidumbre de los rendimientos futuros de los activos.

Por todo ello, parece ser de interés investigar relaciones entre prima de riesgo esperada y volatilidad de las tasas de ganancias, ya que la existencia de algún eslabón entre ambas variables ha sido puesta de manifiesto por Merton (1980).

El estudio tradicional de relaciones entre rentabilidad y riesgo en un mercado de capitales eficiente a través de los datos (series temporales, sección cruzada), presenta problemas estadísticos importantes tales como la existencia de perturbaciones heteroscedásticas y autocorrelacionadas[1], así como los problemas de inconsistencia en la mayoría de las estimaciones en dos etapas [Pagan y Ullah (1988)].

Ello nos ha llevado a plantearnos el estudio rentabilidad-riesgo a través del análisis de los procesos autorregresivos heteroscedásticos en media, ARCH-M, introducidos por Engle, Lilien y Robins (1987). La utilización de estos modelos tiene como objetivo incorporar posibles revisiones en el mecanismo de formación de expectativas.

Cabe señalar que nuestro trabajo pone de manifiesto la existencia de prima de riesgo variable en el tiempo, así como la no estabilidad del coeficiente de aversión absoluta al riesgo global, lo cual hace sospechar o bien de un posible cambio en la actitud ante el riesgo por parte del inversor español o la existencia de periodos en los que el mercado de valores puede considerarse no eficiente, coincidiendo con lo ya apuntado por otros autores [Berges (1984) y Peiró (1990)]. De acuerdo con estos planteamientos, el esquema de trabajo es el siguiente:

En la sección 1 se plantea un estimador del riesgo mensual, que utilizaremos para una modelización ARIMA de la volatilidad. Posteriormente se analiza su influencia en la determinación de la prima de riesgo, en diferentes sub-periodos muestrales.

En la sección 2 se investiga la conveniencia de estudiar las relaciones entre rentabilidad y riesgo a través de modelos GARCH-M en los subperiodos de interés.

Finalmente establecemos las conclusiones y posibles extensiones del trabajo.

1. Prima de riesgo: una introducción a su modelización

El debate iniciado por Shiller(1981), al argumentar que los precios fluctuaban mucho más que los dividendos, sitúa el estudio de relaciones rentabilidad-riesgo en un plano de gran actualidad. Tal como señala Merton (1987), el poder aceptar o rechazar eficiencia o racionalidad de los mercados, se traslada a la cuestión más básica de cómo modelizar la incertidumbre.

(1) Huang y Litzenberg (1988) es una revisión de los principales problemas econométricos que se plantean en la estimación de modelos financieros.

1.1. Medidas del Riesgo

Una de las dificultades que se presentan en estudios empíricos sobre modelos financieros es la medida de la incertidumbre. Una breve noción de la importancia que los expertos dan a la estimación de la volatilidad se manifiesta en dos recientes artículos de revisión [Scott (1991) y Bollerslev *et al.* (1992)].

Una de las cuestiones básicas es conseguir una correspondencia entre la información I_t y la componente predecible de la volatilidad, es decir la varianza condicional. Los problemas que se plantean son diversos; entre ellos, la elección del conjunto adecuado de información I_t (es decir, las variables relevantes en la determinación de la varianza condicional), y el segundo, y posiblemente de mayor transcendencia, cómo establecer la correspondencia entre la información y la volatilidad.

Unos de los primeros estimadores del riesgo fueron aquellos basados en medias móviles del tipo *rolling* [Merton (1980), Pindyck (1984)]. Estos estimadores no parecen recomendables por los serios problemas de inconsistencias que presentan, como ya señalaron Pagan y Ullah (1988).

Una alternativa es utilizar las rentabilidades diarias de un mes para obtener una medida de la volatilidad mensual [Poterba y Summers (1986); French, Schwert y Stambaugh (1987) y Schwert (1989)]. Con este tipo de estimadores los problemas que se presentan al utilizar variables con error disminuyen, aunque no es claro qué medidas de la volatilidad diaria podrían servir como aproximación de la volatilidad mensual [Pagan y Hong (1991)].

Concretamente, la estimación de la volatilidad de la rentabilidad mensual usada por French, Schwert y Stambaugh (1987) es:

$$\sigma^2_{mt} = \sum_{i=1}^{N_t} r^2_{it} + 2 \sum_{i=1}^{N_{t-1}} r_{it} r_{i+1,t} \qquad [1]$$

donde N_t es el número de días de mercado en el mes t y r_{it} la rentabilidad del i-ésimo día del mes t (téngase en cuenta que estamos considerando al índice bursátil como un buen indicador de la rentabilidad de un mercado financiero con riesgo); se podría incorporar a esta estimación la media muestral, pero las estimaciones así obtenidas no son muy diferentes con las dadas por [1].

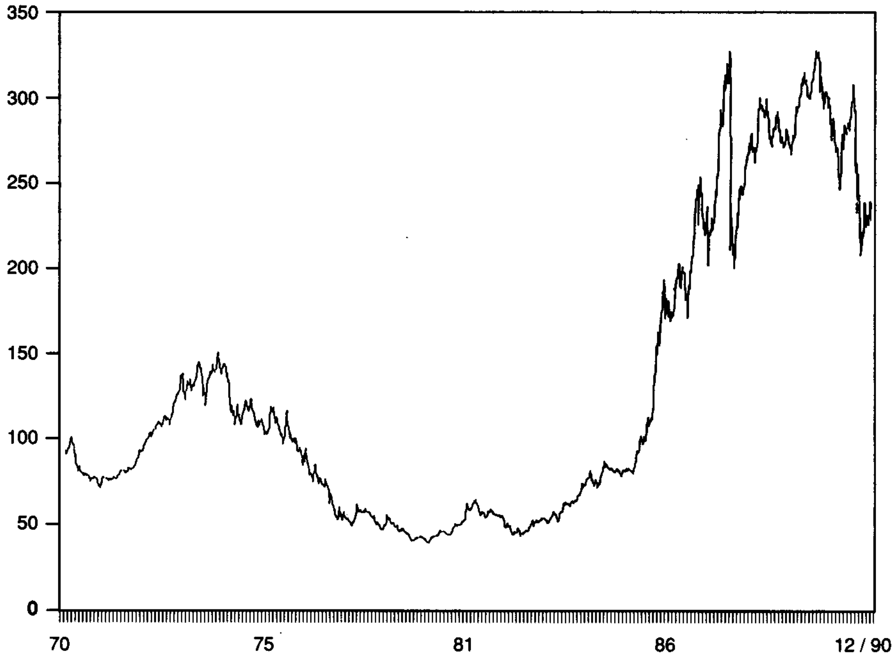
Los rendimientos diarios presentan una fuerte correlación, en particular en el retardo de orden uno, debido fundamentalmente a la no simultaneidad en la contratación de los distintos valores que integran el índice empleado, lo cual se conoce habitualmente como efecto Fisher (1966). Por este motivo aparece el sumatorio de productos cruzados en el segundo miembro de [1].

La estimación de la volatilidad mensual que emplearemos abarca desde Enero-1970 hasta Diciembre-1990 a través de los datos diarios del Indice General de la Bolsa de Madrid (el Indice incluye dividendos; sus fluctuaciones en el periodo de estudio pueden observarse en el gráfico 1).

Antes de pasar a discutir la relación prima-volatilidad deberemos descomponer esta última en dos partes, una de las cuales es la parte predecible, es decir aquella que el inversor puede conocer con la información disponible hasta el instante t, I_t. Una posibilidad es ajustar la serie obtenida a partir de [1] a través de un modelo de series temporales.

Utilizaremos la serie $\log(\sigma_{mt})$ como serie básica por no presentar ésta los problemas de heteroscedasticidad que presentaba la original. La estructura de

Gráfico 1: ÍNDICE GENERAL DE LA BOLSA DE MADRID 1970-90



autocorrelación parece recomendar una diferencia regular de primer orden y considerar después un modelo ARMA(1,1) (ver cuadro 1).

En el cuadro 2 se puede ver el resultado del modelo estimado y en el cuadro 3 podemos ver cómo no se aprecian graves problemas en los residuos de este modelo, salvo un valor significativo en la Kurtosis, tal vez consecuencia de posibles estructuras no lineales en la serie.

Las respectivas estimaciones de la varianza y desviación típica condicionales al realizar la transformación inversa son:

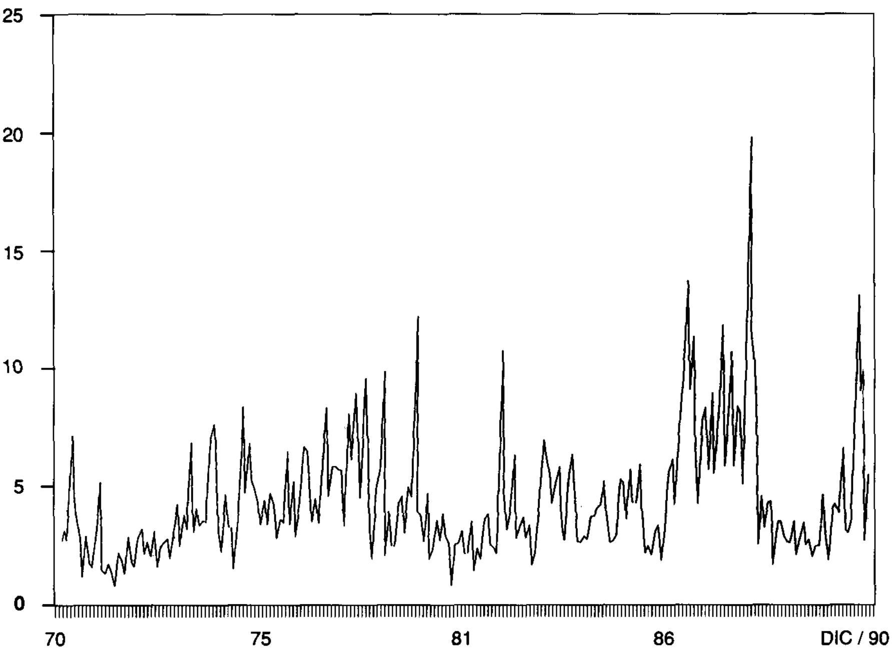
$$\hat{\sigma}_{mt} = \exp\left(\widehat{\ln\sigma}_{mt} + \frac{1}{2} V(e_t)\right)$$

$$\widehat{\sigma^2_{mt}} = \exp(2\widehat{\ln\sigma}_{mt} + 2V(e_t)) \qquad [2]$$

donde $V(e_t)$ es un estimador de la varianza residual.

De donde se deduce una estimación de la varianza condicional mensual que nos permitirá valorar su influencia en la determinación de la prima en la subsección siguiente. En el gráfico 2 se puede ver la estimación mensual de la desviación típica condicional.

Gráfico 2: DESVIACIÓN TÍPICA σ_{mt} DE LAS RENTABILIDADES MENSUALES



1.2. Estudio de la relación rentabilidad-riesgo

Como ya se ha comentado anteriormente, el modelo que se utiliza habitualmente para los mercados de capitales eficientes es el de Merton (1980), en el cual la volatilidad de la serie de rentabilidades influye directamente sobre el valor esperado de la prima de riesgo. Es decir, $Er_t = \beta\sigma_t^2$, donde r_t es el exceso de rentabilidad en el periodo t, σ_t^2 es la varianza condicional de los rendimientos en el instante *t*, y β se puede interpretar como un coeficiente de aversión relativa al riesgo[2].

Entenderemos la prima de riesgo como la variable estocástica $r_t = R_{mt} - R_{ft}$, siendo R_{mt} la tasa de ganancia proporcionada por la cartera de mercado (en un determinado mes) y R_{ft} el tipo libre de riesgo, que en este caso se ha elegido el correspondiente al interbancario a un mes frente al tipo de interés ofertado en Deuda Pública, ya que dichas emisiones en este periodo de estudio (1970-77) no se efectuaban en condiciones de mercado, si bien es de destacar que el acceso al interbancario está limitado a instituciones. Se ha tomado el tipo medio mensual por no fluctuar, en exceso, el interbancario dentro de un mismo mes. Para el periodo global se representa la prima de riesgo en el gráfico 3.

(2) Relación lineal entendida como optimización de un modelo en el que se asume funciones de utilidad con parámetro de aversión relativa al riesgo constante [Merton (1980); Poterba y Summers (1986) y Pagan y Hong (1991)].

Cuadro 1: Serie de la Volatilidad Estimada

Función de Autocorrelación

Retardo	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
σ_{mt}		,517(*)	,432(*)	,345(*)	,305(*)	,349(*)	,283(*)	,203	,261(*)	,237(*)	,214
$\ln(\sigma_{mt})$		,553(*)	,456(*)	,400(*)	,406(*)	,395(*)	,336(*)	,318(*)	,285(*)	,299(*)	,265(*)
	k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
σ_{mt}		,199	,121	,121	,143	,102	,120	,101	,105	,145	,053
$\ln(\sigma_{mt})$		,229	,161	,187	,181	,150	,154	,135	,117	,120	,055

Función de Autocorrelación Parcial

Retardo	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
σ_{mt}		,517(*)	,223(*)	,105	,092	,180(*)	,035	–,040	,129(*)	,053	,009
$\ln(\sigma_{mt})$		,553(*)	,215(*)	,153(*)	,182(*)	,140(*)	,044	,067	,030	,081	,017
	k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
σ_{mt}		,022	–,056	–,007	,041	–,022	,027	,008	,026	,065	–,090
$\ln(\sigma_{mt})$		–,005	–,071	,045	,015	–,019	,030	,003	–,016	,020	–,085

(*) coeficiente cuyo valor absoluto supera la banda de confianza.

Cuadro 2: MODELO ARIMA[a]

$$(1 - \phi_1 L)\,(1 - L)\,\ln\sigma_{mt} = \theta_0 + (1 - \theta_1 L)e_t$$

ϕ_1	θ_0	θ_1	$S(e_t)$	R^2	Q(45)	Kurtosis[b]
0,1833(*) (0,0877)	0,0021 (0,0069)	–0,792(*) (0,055)	0,4258	0,351	42,90	0,829(*)

(a) Entre paréntesis el error estandard de las estimaciones.
(*) significativo a nivel 0,01.
Q(45): es el estadístico de Box-Pierce con 45 g.l.
(b) Su distribución se puede encontrar en Kendall y Stuart (1969).

Cuadro 3: ANÁLISIS DE RESIDUOS DEL MODELO ARIMA

Función de Autocorrelación

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ACF	,004	,004	-.035	,021	,051	–,034	–,013	–,041	,040	,010
PACF	,004	,004	–,035	,021	,051	–,036	–,012	–,038	,036	,008

Ningún valor es estadísticamente significativo (T=251)

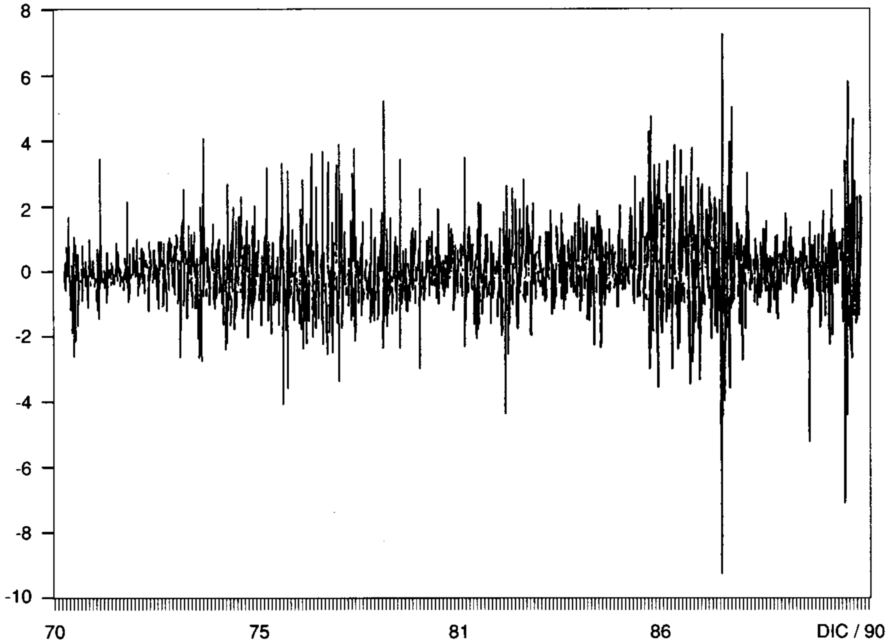
Tests de Normalidad

Test de Portmanteau: Q(20) = 6,4685	
Test de Puntos de retorno = 171,0	AN(166; 6,66)
Test de diferencias de signo = 116	AN(125,0; 4,58)
Test de rangos = 15552	AN(15687; 1994,19)

Llamaremos $\hat{\sigma}_{mt}$ y $\hat{\sigma}^2_{mt}$ la desviación típica y la varianza mensual, respectivamente, del rendimiento dado por la cartera de mercado, que en nuestro caso han sido estimadas a través del modelo ARIMA (ver [2]). Si admitimos la hipótesis de expectativas racionales, la prima de riesgo efectivamente realizada será la esperada más un término de error aleatorio:

$$r_t = R_{mt} - R_{ft} = \alpha + \beta\hat{\sigma}^p_{mt} + e_t \quad p = 1,2 \qquad [3]$$

Gráfico 3: PRIMA POR RIESGO REALIZADA, CON DATOS DIARIOS, EN EL PERIODO 1970-90



Teniendo en cuenta que ambas series r_t y σ^2_t son procesos estocásticos, la estimación por mínimos cuadrados ordinarios presenta dificultades (autocorrelación en los residuos de orden uno); por ello se realiza una estimación atendiendo a dicha estructura de correlación. Así, los nuevos residuos pasan los contrastes de heteroscedasticidad e incorrelación[3] (ver cuadro 4).

Respecto a las posibles inconsistencias en las estimaciones, dado que la varianza σ^2_t es función de una única variable, acotada y definida en un soporte compacto, los estimadores son consistentes [Carrol (1982)].

El coeficiente β obtenido es 0,184 con una desviación estandard de 1,79, por lo tanto no lo podemos considerar significativo, lo que inducíría a negar la existencia de relación entre prima y riesgo. El coeficiente de determinación tiene un valor muy pequeño por lo que esta regresión explica una mínima parte de la prima. Todo lo anterior pone de manifiesto que la componente predecible de la volatilidad no puede aceptarse como única variable que explique el comportamiento dinámico de la prima de riesgo. Por ello, se ha introducido una variable exógena (La ausencia de un marco teórico plenamente desarrollado dificulta la selección de otras posibles variables regresoras que pudieran explicar el compor-

(3) La estimación de mínimos cuadrados generalizados, será en este caso consistente y eficiente, por lo que no es necesario realizar una estimación de la matriz de covarianzas diferente a la realizada por los paquetes estadísticos usuales.

Cuadro 4: RELACIONES LINEALES ENTRE PRIMA DE RIESGO Y VOLATILIDAD[a]

$$R_{mt} - R_{ft} = \alpha + \beta\hat{\sigma}^p_{mt} + e_t \quad e_t = \rho e_{t-1} + u_t \quad p = 1,2 \quad (1)$$

$$R_{mt} - R_{ft} = \alpha + \beta\hat{\sigma}^p_{mt} + \gamma(\sigma^p_{mt} - \hat{\sigma}^p_{mt}) + e_t \quad e_t = \rho e_{t-1} + u_t \quad p = 1,2 \quad (2)$$

		Modelo (1)						Modelo (2)						
Periodo		α	β	ρ	R^2	D.–W.[b]	B.–P.[c]	α	β	γ	ρ	R^2	D.–W.[b]	B.–P.[c]
1970/90	$p = 2$	–0,0069	0,1839	0,2318	0,054	1,97	1,77	–0,0062	–0,0749	–0,5029	0,2308	0,055	1,97	3,7
		(–0,952)	(0,103)	(3,736)				(–0,841)	(–0,0034)	(–0,476)	(3,707)			
	$p = 1$	–0,0045	–0,041	0,233	0,054	1,97	1,53	–0,0079	0,0367	0,2163	0,2388	0,060	1,96	3,5
		(–0,348)	(–0,158)	(3,758)				(–0,560)	(0,139)	(1,260)	(3,847)			
1970/74	$p = 2$	0,0036	–6,222	0,1094	0,030	1,92	1,27	0,0086	–9,597	–11,139	0,0070	0,134	1,98	3,51
		(0,288)	(–0,854)	(0,795)				(0,779)	(–1,475)	(–2,644)	(0,047)			
	$p = 1$	0,0017	–0,6893	0,0994	0,038	1,91	1,32	0,0023	–0,8414	–0,6979	0,0448	0,087	1,97	3,71
		(0,802)	(–1,106)	(0,725)				(1,116)	(–1,424)	(–1,735)	(0,306)			
1975/80	$p = 2$	–0,0045	-7,0398	0,0405	0,050	2,01	1,16	–0,0116	-3,5431	6,8515	0,0386	0,172	2,03	3,20
		(–0,356)	(–1,869)	(0,331)				(–0,963)	(–0,956)	(3,145)	(0,319)			
	$p = 1$	–0,0124	–0,7863	0,0352	0,0439	2,01	1,16	0,0017	–0,5101	0,8314	0,0371	0,155	2,03	3,30
		(0,552)	(0,454)	(0,289)				(0,076)	(–1,158)	(2,968)	(0,307)			
1981/90	$p = 2$	–0,0014	1,194	0,263	0,074	1,95	1,05	0,0022	0,1721	–1,7101	0,2623	0,087	1,95	2,75
		(–0,111)	(0,486)	(2,941)				(0,175)	(0,067)	(–1,279)	(2,909)			
	$p = 1$	–0,0074	0,2026	0,2607	0,074	1,97	1,27	–0,0087	0,2260	0,0592	0,2615	0,075	1,93	2,89
		(–0,338)	(0,517)	(2,912)				(–0,381)	(0,556)	(0,2381)	(2,911)			

(a) Entre paréntesis los t-valores asociados a los estimadores.
(b) Estadístico Durbin-Watson para la correlación serial de los residuos.
(c) Estadístico de Breusch-Pagan para la heteroscedasticidad de los residuos (bajo hipótesis de homocedasticidad se distribuye según una χ^2_1 para (1) y χ^2_2 para (2).

tamiento de la prima de riesgo). La componente no predecible de la volatilidad es $\sigma^{2(u)}_{mt} = \sigma^2_{mt} - \hat{\sigma}^2_{mt}$, siendo $\hat{\sigma}^2_{mt}$ la estimación dada por [2] y σ^2_{mt} el estimador [1] de la varianza mensual.

El modelo a estimar será pues:

$$r_t = R_{mt} - R_{ft} = \alpha + \beta\hat{\sigma}^2_{mt} + \gamma\sigma^{2(u)}_{mt} + \epsilon_t \qquad [4]$$

En este caso (ver cuadro 4, resultados para el modelo 2), el valor del coeficiente β vuelve a ser no significativo, así como sorprendentemente el coeficiente γ de la componente no predecible de la volatilidad. Resultado que difiere del obtenido en el mercado americano [French *et al.* (1987)], utilizando el NYSE, en el periodo 1928-84.

Hemos creído conveniente seleccionar subperiodos muestrales fijados de acuerdo con la evolución general del mercado bursátil en España, teniendo en cuenta la crisis del quinquenio 1975-80.

Así pues, el primer subperiodo analizado será 1970-74, en el que es de destacar que el coeficiente γ de la volatilidad no predecible es -11,14 y significativo, no así el coeficiente β que puede considerarse nulo. En el periodo 1975-80, el coeficiente β vuelve a ser no significativo, por el contrario el coeficiente γ es positivo y muy significativo.

A la vista de estos resultados, se puede pensar que la componente impredecible de la volatilidad tiene una gran importancia en la valoración del exceso de rentabilidad en ambos periodos. Por lo tanto las expectativas de los inversores sobre el riesgo deberían revisarse al alza o a la baja, incorporando esta información a sus futuras decisiones, según que el valor actual de la volatilidad haya sido superior o inferior al previsto.

Cabe destacar, la dificultad para una revisión correcta de las expectativas del riesgo y prima, así como la correspondiente influencia en los precios de las acciones. Hay autores [French *et al.* (1987)] que a través de relaciones *ex-post* revisan la formación de expectativas sobre el riesgo y esto conlleva a una evidencia indirecta de relaciones *ex-ante*. Sin embargo creemos que calcular precios de mercado actuales a través de expectativas futuras que incorporen información no disponible en el instante actual, $\sigma^{2(u)}_{mt}$, distorsiona el verdadero criterio de formación de expectativas. Un análisis conjunto del cuadro 4 pone de manifiesto la dificultad en valorar la repercusión del signo del parámetro γ del riesgo impredecible en el cálculo de la prima.

Como ya se ha sugerido al plantear el modelo de regresión rentabilidad-riesgo, es crucial la correcta estimación de la variable $\hat{\sigma}^2_t$. Las estimaciones obtenidas en el cuadro 4 hacen dudar, tanto del estimador [1], como ya indican en su reciente artículo Pagan y Hong (1991), como de las estimaciones obtenidas con el modelo ARIMA. Todo ello, hace pensar en la utilización de modelos no lineales del tipo GARCH-M, en los cuales el riesgo puede determinarse a través de la varianza condicional de los errores no previstos, lo que permite una revisión permanente del riesgo a través del tiempo.

2. Modelos GARCH-M

El modelo ARCH propuesto por Engle (1982), es una extensión del modelo lineal general, cuando la varianza condicional del error varía en el tiempo, dado que la hipótesis de homocedasticidad es difícil de sostener para series temporales en el ámbito económico, pues en estos procesos su historia reciente influye en los futuros valores de la varianza.

La bondad de estos modelos en el tratamiento estadístico de series financieras es evidente, debido a que cambios en la demanda de una acción o cartera de valores pueden producir alteraciones en la media y varianza de la prima de riesgo. Si se plantea un modelo de regresión estándar para estimar la media, la varianza se supone constante a lo largo del tiempo y la introducción de nuevas variables exógenas para explicar cambios en la varianza no resulta apropiada [Engle (1982)].

Posteriormente Bollerslev (1986), propuso los modelos autorregresivos heteroscedasticos generalizados, GARCH (p,q), de tal forma que la varianza condicional del error no es solamente una combinación lineal del cuadrado de los errores retardados (e^2_{t-1}, ..., e^2_{t-q}), sino también de sus propios retardos (σ^2_{t-1}, ..., σ^2_{t-p}).

Engle, Lilien y Robins (1987) proponen generalizaciones de los anteriores modelos, permitiendo que la varianza condicional de los errores afecte a la media. En los modelos para mercados de capitales, la variable endógena prima de riesgo no es constante, ya que la volatilidad varía en el tiempo y ello puede ser un determinante de los precios o de la compensación económica requerida por los inversores, por eso en el tratamiento de las series financieras es uno de los campos donde estos modelos pueden tener mayor interés.

La forma general del modelo es:

$$\begin{aligned} Y_t &= \delta' X_t + \beta\sigma^2_t + e_t \\ e_t | I_t &\sim N(0,\sigma^2_t) \\ \sigma^2_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i e^2_{t-i} + \sum_{i=1}^{p} \omega_i \sigma^2_{t-i} \end{aligned} \qquad [5]$$

La varianza condicional, σ^2_t, de los errores es considerada una variable regresora juntamente con el vector X_t. Las condiciones $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\sum \alpha^i \leq 1$, $\sum \omega_i \leq 1$, $p < \infty$, $q < \infty$ aseguran varianza finita y estacionariedad del modelo. Conviene tener presente que dicha parametrización explícita de la volatilidad, σ^2_t, supone asumir que, condicionada al instante *t*, es una función determinística del pasado, y ello supone una restricción en el modelo.

Además esta parametrización asume un comportamiento cuadrático respecto a las innovaciones pasadas. Si la parametrización no fuera la correcta, de nuevo se pueden producir inconsistencias en la estimación del parámetro β dado en [5].

Parece entonces interesante explorar en qué medida se verifica esta suposición. Para ello utilizaremos técnicas de regresión no paramétrica (ver los libros de Silverman (1986) y Hardle (1990) para una buena introducción en el tema).

De forma muy breve podemos indicar que la forma de estimar la función de regresión $m(x) = E(Y/X = x)$ por el método *kernel*, consiste en construir una media ponderada de los valores de Y correspondientes a puntos de la variable *X* próximos al valor x en el cual se quiere estimar m(x), es decir:

$$\hat{m}(x) = \sum_{i=1}^{n} W_{ni}(x) Y_i$$

donde $W_{ni}(x)$ denota una sucesión de pesos que puede depender de la muestra $\{X_i\}^n_i=1$. El más extendido de estos estimadores es el de Nadaraya-Watson, donde los pesos $W_{ni}(x)$ son:

$$W_{ni}(x) = \frac{K\left(\frac{x-X_i}{h}\right)}{\sum_{j=1}^{n} K\left(\frac{x-X_j}{h}\right)}$$

donde h es el llamado parámetro ventana o de suavización que controla la suavidad de la curva estimada. La función núcleo (*kernel*) se supone continua, acotada, simétrica y con integral unidad sobre su soporte.

La varianza condicional de la prima de riesgo se puede escribir como:

$$\sigma^2_t = E\,(r^2_t \,/\, I_t) - (E(r_t \,/\, I_t))^2$$

por lo que su estimación se reduce a la de las dos funciones de regresión, $E(r^2_t$ | $I_t)$ y $E(r_t \,/\, I_t)$. Es decir:

$$\hat{\sigma}_t = \sum_{\substack{i=1\\ i\neq t}}^{n} W_{it}(I_i) r^2_i - \left(\sum_{\substack{i=1\\ i\neq t}}^{n} W_{it}(I_i) r_i\right)^2$$

donde los pesos vienen determinados por el núcleo de Epanechnikov:

$$W_{it}\,(I_i) = \frac{K\left(\frac{I_i - I_t}{h}\right)}{\sum_{\substack{j=1\\ j\neq t}}^{n} K\left(\frac{I_i - I_j}{h}\right)}$$

$$K(u) = \frac{3}{4}\,(1 - u^2)\, I_{\{(-1,1)\}}\,(u)$$

con $I_{\{(a,b)\}}(u)$ la función indicadora del intervalo (a, b). El parámetro h se suele tomar proporcional a $n^{-1/5}$ [Härdle (1990)].

Notar que se excluye la observación (r_t, I_t) del cálculo de $\hat{\sigma}^2_t$, y esto se debe a que el mayor peso del habitual estimador *kernel* es W_{tt}, y cuando la información I_t sea muy diferente se pueden llegar a obtener valores de la varianza condicional próximos a cero, precisamente en estos puntos donde intuitivamente mayor debería ser la varianza condicional como medida del riesgo.

Representaremos ahora los valores de $\hat{\sigma}^2_t$ frente a los valores de r_t, para ver si la relación entre ambas magnitudes es de tipo cuadrático. En los gráficos 4 y 5 se puede ver estas representaciones para datos mensuales y datos diarios, respectivamente. Para datos mensuales destaca el carácter asimétrico de la relación indicando una mayor varianza frente a resultados negativos de la prima de riesgo. Este hecho ya ha sido observado y estudiado por algunos autores [Pagan y Hong (1991), Pagan y Schwert (1990)]. Una posible solución es adoptar modelos del tipo EGARCH [Nelson (1991)] que incorporan este comportamiento asimétrico. El gráfico 5, a partir de datos diarios es mucho más claro y demuestra que la relación cuadrática se manifiesta de forma evidente.

Gráfico 4: RELACIÓN ENTRE LA PRIMA POR RIESGO Y LA VARIANZA CONDICIONAL ESTIMADA NO PARAMÉTRICAMENTE (DATOS MENSUALES)

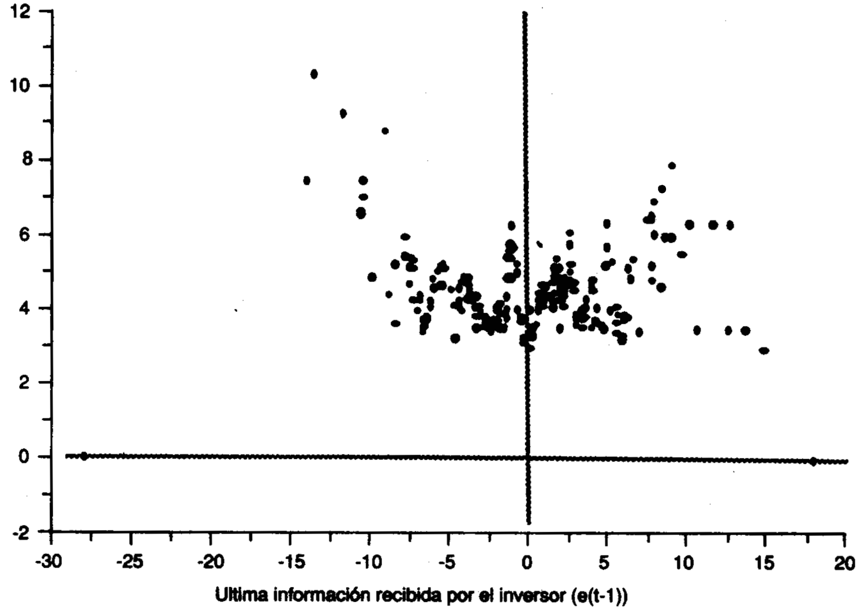
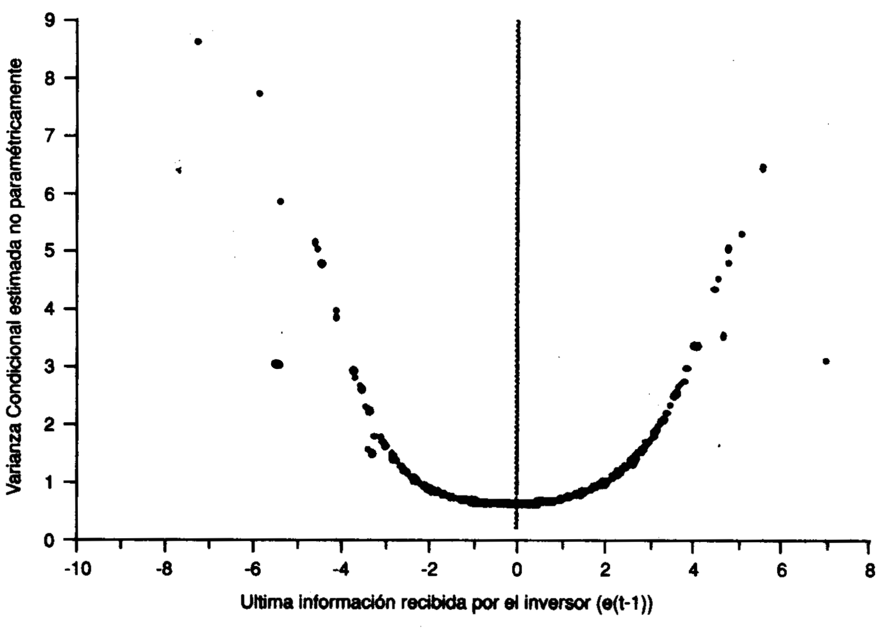


Gráfico 5: RELACIÓN ENTRE LA PRIMA POR RIESGO Y LA VARIANZA CONDICIONAL ESTIMADA NO PARAMÉTRICAMENTE (DATOS DIARIOS)



Este análisis exploratorio nos hace pensar que los modelos GARCH van a ser muy útiles en la determinación de la relación prima-riesgo para datos diarios y que quizá no lo serán tanto en el caso de datos mensuales, por lo que nuestro posterior análisis se efectuará para la serie de rentabilidades diarias.

Engle (1982) sugiere un contraste para detectar heteroscedasticidad en el modelo lineal y el orden q, óptimo del modelo ARCH. El estadístico que se utiliza es TR^2, siendo T el número de observaciones y R^2 el cuadrado del coeficiente de correlación múltiple en la regresión de los cuadrados de los residuos del modelo lineal simple frente a sus q primeros retardos.

Bajo la hipótesis nula de ausencia de heteroscedasticidad, dicho estadístico se distribuye como una chi-cuadrado de q grados de libertad.

Realizado el anterior contraste, así como un análisis de la función de autocorrelación de los residuos al cuadrado se observa una clara presencia de heteroscedasticidad.

2.1 Estimación de los modelos: Análisis de resultados

La forma general del modelo a estimar es:

$$r_t = \alpha + \beta\sigma^p{}_t + e_t, \quad e_t \mid I_t \sim N\,(0, \sigma^2{}_t), \quad (p = 1 \text{ ó } 2) \qquad [6]$$

Los parámetros del modelo se estiman por el método de máxima verosimilitud. Es de destacar que otra de las ventajas de los modelos ARCH y GARCH es que la varianza condicional viene estimada por el propio modelo y se evitan todos los problemas ya mencionados con los estimadores habituales.

Utilizaremos primas de riesgo diarias ó mensuales definidas en cada caso por el cambio porcentual en el índice general diario de la Bolsa de Madrid en el periodo 1970-1990, menos la tasa libre de riesgo definida como el interbancario a un mes, es decir $r_t = R_{mt} - R_{ft}$.

Debido a la clara presencia de autocorrelación de orden uno en las tasas de ganancias (efecto Fisher-Black de no sincronización en las ventas) y la ausencia de homocedasticidad, sugerimos el modelo

$$R_{mt} - R_{ft} = \alpha + \beta\sigma^p{}_t + e_t - \theta e_{t-1}, \quad (p = 1 \text{ ó } 2) \qquad [7]$$

con una varianza $\sigma^2{}_t$ dada por las expresiones siguientes

$$(a)\ ARCH(q) \qquad \sigma^2_t = a + b\sum_{i=1}^{q} \alpha_i e^2_{t-i}$$

$$(b)\ \text{GARCH}(1,1) \qquad \sigma^2_t = a + b\sigma^2_{t-1} + ce^2{}_{t-1} \qquad [8]$$

según planteemos un modelo ARCH ó GARCH.

A la vista de los resultados del cuadro 5, parece adecuado estimar un modelo GARCH-M. La especificación del modelo se puede hacer tanto con la desviación típica condicional ($p = 1$) ó con la varianza ($p = 2$) ya que no son muy diferentes los valores de la verosimilitud en ambos casos, además el estadístico basado en el criterio de Akaike nos confirma lo anterior. Puesto que, queremos interpretar β como un "coeficiente de aversión" al riesgo, planteamos un modelo en varianzas condicionales. Del cuadro 6 se deducen importantes conclusiones. La varianza

Cuadro 5: Contraste ARCH para datos diarios y mensuales

Retardo	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(a)		370,79(*)	555,38(*)	560,46(*)	590,45(*)	608,51(*)	613,90(*)	666,13(*)	670,60(*)	672,02(*)	674,81(*)
(b)		4,59(*)	5,10	7,12	7,33	9,15	9,09	9,88	11,00	18,31(*)	18,29(*)
	k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
(a)		676,48(*)	677,22(*)	687,47(*)	693,78(*)	693,70(*)	698,82(*)	699,06(*)	699,24(*)		
(b)		18,26	18,20	18,20	18,86	18,77	18,80	18,57	18,70	30,43(*)	31,35(*)

(a) datos diarios.
(b) datos mensuales.
(*) significativo al nivel 0,05.

Función de Autocorrelación de los residuos al cuadrado

Retardo	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(a)		,337(*)	,331(*)	,207(*)	,235(*)	,210(*)	,124(*)	,226(*)	,171(*)	,142(*)	,133(*)
(b)		,153(*)	,062	,103	,010	,090	,021	,060	–,035	,154(*)	,075
	k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
(a)		,092(*)	,095(*)	,110(*)	,130(*)	,116(*)	,058(*)	,066(*)	,068(*)	,053(*)	,059(*)
(b)		,019	,039	–,015	,081	–,001	,045	,013	,043	,252(*)	,13(*)1

Función de Autocorrelación Parcial de los residuos al cuadrado

Retardo	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(a)		,337(*)	,245(*)	,045	,110(*)	,082(*)	–,038	–,141(*)	,044	–,021	,032
(b)		,135(*)	,044	,091	–,017	,084	–,009	,055	–,070	,173(*)	,017
	k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
(a)		–,022	–,012	,060(*)	,043	,009	–,040	–,010	,015	–,003	–,011
(b)		–,005	,012 ,011	,057	–,022	,030	,001	–,033	,223(*)	,065	

(a) datos diarios.
(b) datos mensuales.
(*) coeficiente cuyo valor absoluto supera la banda de confianza.

Cuadro 6: ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO *GARCH -M* PARA DATOS DIARIOS[(a)]

$$r_t = \alpha + \beta\sigma^p_t + e_t - \theta e_{t-1} \quad p = 1,2$$
$$\sigma^2_t = a + b\sigma^2_{t-1} + ce^2_{t-1}$$

Periodo		α	β	θ	$a^{1/2}$	$b^{1/2}$	$c_{1/2}$	$R^{2(b)}$	*AIC*	$\chi^{2(c)}$ de estabilidad
1970/90	σ_{mt}	0,0291	–0,0592	–0,4472	0,1810	0,8721	0,4573	0,20	3264	214,0
		(0,0115)	(0,0081)	(0,0100)	(0,0060)	(0,0060)	(0,0116)			
	σ^2_{mt}	–0,00498	–0,0088	–0,4472	0,1820	0,8720	0,4570	0,20	3266	236,2
		(0,0051)	(0,0030)	(0,0085)	(0,0010)	(0,0020)	(0,0010)			
1970/74	σ_{mt}	0,1053	–0,1921	–0,486	0,112	0,866	0,497	0,24	–629,4	
		(0,0385)	(0,0778)	(0,0204)	(0,0099)	(0,0136)	(0,0293)			
	σ^2_{mt}	0,0734	–0,2408	–0,488	0,114	0,862	0,505	0,25	–637,8	
		(0,006)	(0,0148)	(0,0178)	(0,0077)	(0,0075)	(0,0162)			
1975/80	σ_{mt}	–0,205	0,0876	–0,425	0,280	0,799	0,538	0,19	1115,4	
		(0,011)	(0,016)	(0,005)	(0,008)	(0,085)	(0,010)			
	σ^2_{mt}	–0,161	0,0322	–0,426	0,281	0,799	0,538	0,19	1115,6	
		(0,021)	(0,036)	(0,020)	(0,019)	(0,019)	(0,024)			
1981/90	σ_{mt}	–0,033	0,085	–0,440	0,211	0,877	0,428	0,18	2584	
		(0,015)	(0,009)	(0,010)	(0,006)	(0,005)	(0,010)			
	σ^2_{mt}	–0,0129	0,052	–0,441	0,212	0,876	0,430	0,18	2582	
		(0,003)	(0,003)	(0,001)	(0,002)	(0,001)	(0,003)			

(a) Entre paréntesis se da el error estandard de los estimadores.
(b) Los datos se han tipificado por la propia varianza condicional estimada.
(c) El estadístico sigue una distribución χ^2_{12} bajo la hipótesis de estabilidad estructural.
Parametrizando $a = (a^{1/2})^2$ y análogamente b y c, aseguramos que estos parámetros son no negativos.

incondicional no es finita ya que la suma de los parámetros b y c es mayor que uno[4]. Los valores indican una volatilidad persistente en el periodo, hecho destacable en la determinación de los precios entendidos como valores fundamentales.

El análisis por subperiodos es importante para estudiar la estabilidad estructural del modelo; las submuestras elegidas serán las citadas en la sección anterior, con especial atención en el análisis de la década de los 80, por su gran inestabilidad en los mercados financieros mundiales y el interés de comparar resultados en diferentes países.

Las estimaciones de los parámetros b y c son significativas en todos los periodos considerados, lo cual era previsible, ante los valores obtenidos en el cuadro 5 de los contrastes ARCH realizados. La prima de riesgo varía en el tiempo a través de la volatilidad de las rentabilidades diarias.

Los resultados obtenidos en el cuadro 6 indican que en el periodo total en estudio, 1970-90, el parámetro β del modelo es no significativamente distinto de cero. El valor estimado hay que verlo como un valor promedio en todo el periodo y la existencia de subperiodos con un comportamiento diferenciado puede ser determinante en el análisis final.

El análisis por submuestras indica que en el periodo 1981-90 el coeficiente β ha sido significativo, resultado análogo al obtenido en mercados extranjeros en el mismo periodo [Stenius (1991)]. Concretamente Bottazzi y Corradi (1991) analizan la influencia de la volatilidad en la prima de riesgo en el mercado de valores italiano a través del Indice Comit mensual obteniendo estimaciones positivas y significativas.

Para valorar la aparente inestabilidad del parámetro β, se ha realizado el correspondiente contraste del cociente de verosimilitudes rechazando la hipótesis de ausencia de cambio estructural para ambos modelos (ver cuadro 6). Un análisis detallado de residuos se contempla en el cuadro 7.

Las estimaciones obtenidas confirman nuestra sospecha razonable de que a partir de la crisis bursátil de 1975, el inversor es no propenso al riesgo, lo que parece indicar o bien un cambio razonable en la actitud ante el riesgo o bien que la posible ineficiencia del mercado de valores ya no parece manifestarse a partir de esa fecha.

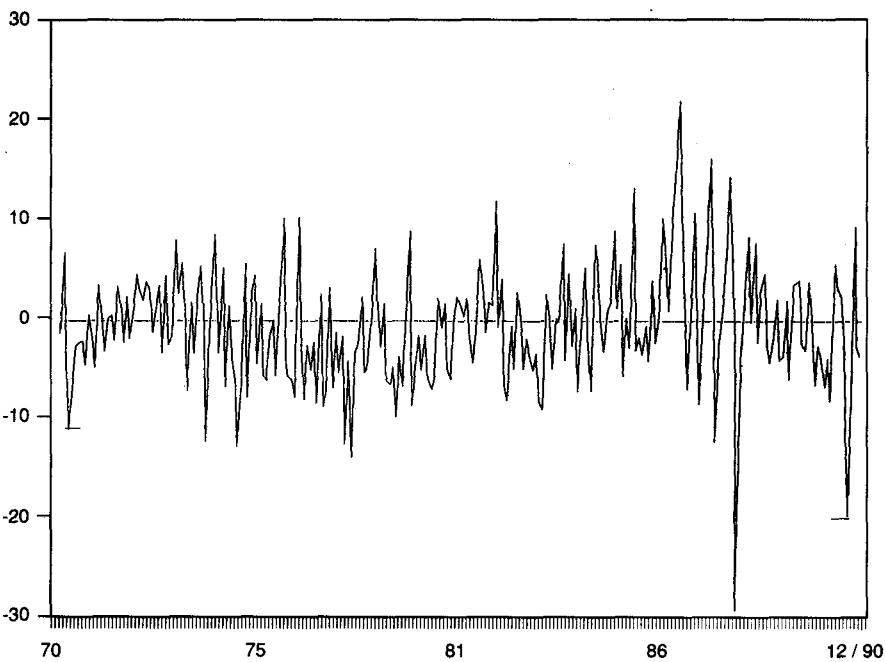
Por ultimo, parece de interés evaluar los resultados que se obtienen con un modelo GARCH-M para datos mensuales (ver cuadro 8) con los obtenidos en la sección 1.2. Además la prima de riesgo mensual (gráfico 6) presenta un valor atípico debido a la crisis bursátil del 19 de Octubre de 1987, hecho por el cual realizamos las correspondientes estimaciones con análisis de intervención. Los resultados de esta estimación se dan en cuadro 8.

Un análisis similar para datos diarios no parece necesario a la vista del gráfico 3, pues no se aprecia cambios bruscos en el nivel medio de la serie y además el gran volumen de datos haría no obtener diferencias significativas a las estimaciones de los parámetros.

Si se comparan los resultados de las estimaciones GARCH con las relaciones dadas por el cuadro 4, (ecuación 2) se aprecia un hecho revelador. Cuando el parámetro de la componente no predecible de la volatilidad es significativo en la relación lineal resulta que no es significativo el parámetro β del modelo GARCH-M. Realmente lo que sucede es que en los periodos 1970-74 y 1975-80 la vola-

(4) Demostrado en el teorema 1, de Bollerslev (1986).

Gráfico 6: PRIMA DE RIESGO MENSUAL



tilidad no predecible fue la que realmente determinó parte de la prima de riesgo y la componente predecible fue tan débil que ni siquiera los modelos GARCH-M pueden revelar una relación significativa con esta componente. En definitiva, lo que se puede concluir es que los agentes no forman sus expectativas utilizando sólo el conocimiento de $\hat{\sigma}^2_{mt}$ (a través de la información pasada hasta el instante t), ya que tiene poco peso respecto al valor real σ^2_{mt}. Por lo tanto las estimaciones de primas de riesgo *ex-ante* tanto en modelos lineales como no lineales a través de datos mensuales resultan poco reveladoras para los agentes, en periodos en los que la componente no esperada del riesgo sea significativa.

Sin embargo en el periodo 1981-90, en el que la volatilidad no predecible no resulta tan importante en la relación lineal, sí se muestra significativa la influencia de la varianza condicional en el modelo GARCH-M.

Cuadro 7: FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN DE LOS RESIDUOS DEL MODELO GARCH-M PARA DATOS DIARIOS

Periodo	T	Retardo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1970/90	4442	ACF	–0,013	0,023	0,019	0,014	0,009	–0,000	–0,008	0,021	0,030	0,027
		PACF	–0,013	0,021	0,020	0,010	0,000	–0,010	–0,014	0,023	0,027	0,025
1970/74	966	ACF	0,032	0,024	0,004	0,034	0,012	0,015	0,038	0,044	–0,002	0,027
		PACF	0,037	0,020	–0,016	0,030	–0,002	–0,014	0,038	0,041	–0,042	0,023
1975/80	1178	ACF	0,037	0,023	–0,011	0,035	–0,037	0,023	–0,018	0,008	0,005	0,017
		PACF	0,037	0,020	–0,016	0,033	–0,044	0,022	–0,014	0,004	0,011	0,010
1981/90	2298	ACF	0,015	0,021	0,022	0,026	0,026	–0,002	0,029	–0,009	0,017	0,018
		PACF	0,015	0,022	0,006	0,022	0,018	–0,013	0,021	–0,014	0,008	0,019

Tomando bandas de confianza $\pm 2/\sqrt{T}$ no hay valores estadísticamente significativos.

Cuadro 8: Estimación de los parámetros del modelo *GARCH-M* para datos mensuales[a]

$$r_t = \alpha + \beta\sigma^2_t + e_t - \theta e_{t-1}$$
$$\sigma^2_t = a + b\sigma^2_{t-1} + ce^2_{t-1}$$
$$r_t = \alpha + \alpha_1 D_{oct87} + \beta\sigma^2_t + e_t - \theta e_{t-1}$$
$$\sigma^2_t = a + b\sigma^2_{t-1} + ce^2_{t-1}$$

Periodo	α	α_1	β	θ	$a^{1/2}$	$b^{1/2}$	$c^{1/2}$	$R^{2(b)}$
1970/90	–,484		–0,009	–0,189	2,009	0,8766	0,3750	0,03
	(0,011)		(0,030)	(0,010)	(0,011)	(0,033)	(0,030)	
1970/90(1)	–,581	0,198	–0,015	–0,187	1,988	0,886	0,355	0,03
	(0,010)	(0,172)	(0,030)	(0,010)	(0,011)	(0,032)	(0,028)	
1970/90(2)	–,376	–15,198	–0,005	–0,186	2,288	0,826	0,255	0,08
	(0,090)	(10,220)	(0,019)	(0,010)	(0,010)	(0,042)	(0,051)	
1970/74	0,151		–0,0244	–0,268	0,150	0,8341	0,450	0,02
	(0,0384)		(0,317)	(0,318)	(0,0573)	(0,0285)	(0,434)	
1975/80	–,341		–0,3868	–0,094	3,215	0,05	0,0875	0,03
	(0,121)		(0,330)	(0,045)	(0,030)	(0,031)	(0,035)	
1981/90	–1,340		0,028	–0,215	2,36	0,677	0,150	0,07
	(0,060)		(0,010)	(0,045)	(0,031)	(0,072)	(0,68)	

(a) Entre paréntesis se da el error estandard de los estimadores.
(b) Valor obtenido con los datos corregidos por la propia desviación estimada por el modelo.
(1) La variable ficticia vale 0 hasta octubre de 1986 y vale 1 después.
(2) La variable ficticia es distinta de 0 sólo en octubre de 1987.
Parametrizando $a = (a^{1/2})^2$ y análogamente b y c, aseguramos que estos parámetros son no negativos.

3. CONCLUSIONES

El análisis exploratorio de los datos diarios, a través de técnicas no paramétricas, indica que los modelos GARCH-M resultan adecuados en el estudio de relaciones rentabilidad-riesgo; y la estructura GARCH refleja correctamente el comportamiento de la varianza condicional. Trabajos recientes [Pagan y Hong (1991), Olave y Alcalá (1992)] comparan esta metodología con el uso de estimadores no paramétricos del riesgo, y en el caso de disponer solamente de datos mensuales, parece ser que las estimaciones GARCH-M son más débiles.

Por último, cabe destacar la importancia del estudio de primas de riesgo variables en el tiempo para explicar cambios en los precios de los activos financieros, como ya apuntábamos en la introducción de nuestro trabajo.

Los resultados obtenidos son pues consistentes con las actuales teorías de formación de precios [Pindyck (1984) y Scott (1991)], ya que autores que no las comparten apoyaban sus conclusiones en la poca persistencia de la volatilidad de las tasas de ganancia, contrariamente a lo que ha sucedido en el mercado de valores español.

Estas estimaciones obtenidas a partir de datos diarios del Índice General de la Bolsa de Madrid en el período 1970-90 confirman la bondad de los modelos ARCH-M y GARCH-M en series financieras donde la corrección de expectativas es importante a la vista de la información disponible, ya que una mejor aproximación de las primas de riesgo implicará una valoración más real de precios fundamentales. Todo lo anterior contribuirá, de algún modo, a un mayor seguimiento de la hipótesis de eficiencia del mercado.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alonso, A.; Gallastegui, I., y Rubio, G. (1989): "Racionalidad y volatilidad en el mercado español de valores", *Moneda y Crédito,* págs. 125-155.

Berges, A. (1984): *El mercado español de capitales en un contexto internacional,* Ministerio de Economía y Hacienda, Madrid.

Bollerslev, T. (1986): "Generalized autoregresives conditional heteroscedasticity". *Journal of Econometrics,* 31, págs. 307-27.

Bollerslev, T.; Chou, R.Y. y Kroner, K.F. (1992): "ARCH modelling in finance", *Journal of Econometrics,* 52, págs. 5-59.

Bottazzi, L. y Corradi, V. (1991): "Analysing the risk premium in the Italian stock market: ARCH-M models versus non parametric models", *Applied Economics,* 23, págs. 535-542.

Carroll, R.J. (1982): "Adapting for heteroscedasticity in linear models", *Annals of Statistics,* 10, págs. 1224-1233.

Engle, R.F. (1980): *"Estimates of the Variance of U.S. Inflation Based on the ARCH Model",* Discussion Paper 80-114, University of California, San Diego.

—— (1982): "Autoregresive conditional heteros cedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation" *Econometrica,* 50, págs. 987-1008.

Engle, R.F.; Lilien, D.M. y Robins, R.P. (1987): "Estimating time varying risk premia in the term structure: the ARCH-M model", *Econometrica,* 55, págs. 391-407.

Fisher, L.(1966): "Some new stock market indices", *Journal of Bussines,* 29, págs. 191-225.

French, K.R.; Schwert, G.W. y Stambaugh, R.F. (1987): "Expected stock return and volatility". *Journal of Financial Economics,* 19, págs. 3-29.

Härdle, W. (1990): *Applied Nonparametric Regresion*. Cambridge, Cambridge University Press.

Huang, C. y Litzenberg, R.H. (1988): *Foundations for Financial Economics*. Ambsterdam, North-Holland.

Mankiw, N.G.; Romer, D. y Shapiro, M.D. (1989): *Stock Market efficiency and Volatility: A Statistical Appraisal* (Manuscrito no publicado), Cambridge, Massachusetts: Harvard University.

Merton, R.C. (1980): "On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation" *Journal of Financial Economics*, 8, págs. 323-361.

—— (1987): "On the current state of stock market racionality hypothesis". en *Macroeconomics and Finance: Essays in Honor of Franco Modigliani*, Fisher S. *et al.* (eds.) MIT Press Cambridge. págs. 93-114.

Nelson, D.B. (1991): "Conditional heteroscedasticity in asset returns: A new approach", *Econometrica*, 59, págs. 347-370.

Olave, P. y Alcalá, J.T. (1992): "Técnicas no paramétricas en el estudio de modelos heteroscedásticos: Un análisis de la prima de riesgo en el mercado de valores español", *Cuadernos Aragoneses de Economía*, 2, págs. 79-99.

Pagan, A.R. y Hong, Y.S. (1991): "Nonparametric estimation and the risk premium", en *Nonparametric and semiparametric methods in econometrics and statistics*, editado por Barnett, Powell, and Tauchen. Cambridge University Press. Cambridge.

Pagan, A.R. y Schwert, G.W. (1990): "Alternative models for conditional stock volatility", *Journal of Econometrics*, 45, págs. 267-290.

Pagan, A.R. y Ullah, A. (1988): "The econometric analysis of models with risk terms" *Journal of Applied Econometrics*, 3, págs. 87-105.

Peiró, A. (1990): "Los rendimientos bursátiles en el periodo 1941-89", *Actualidad Financiera*, págs. 138-150.

Pindyck, R.S. (1984): "Risk, Inflation, and the Stock Market" *American Economic Review*, 74, págs. 335-351.

Poterba, J.M. y Summers, L.H. (1986): "The persistence of volatility and stock market fluctuations" *American Economic Revie*, 76, págs. 1142-1151.

Scott, L.O. (1990): *"Asset Prices, Market Fundamentals and long-term expectations: Some new tests of Present Value Models"*, (Manuscrito no publicado); University of Georgia.

—— (1991): "Financial Market Volatility: A survey " *IMF Staff Pappers*, 38, 3, págs. 582-625.

Schwert, G.W. (1989): "Why does stock market volatility change over the time", *Journal of Finance*, 44, págs. 1115-1153.

Shiller, R. (1981): "Do Stock Prices Move Too Much to be Justified by Subsequent Changes in Dividends?" *American Economic Review*, 71, págs. 421-426.

—— (1984): "Stock prices and social dynamics", *Brookins Papers on Economic Activity*, 2, págs. 457-498.

Silverman, B.W. (1986): *Density estimation for statistics and data analysis*. Chapman and Hall, London.

Stenius, M. (1991): "Volatility and time-varying risk premiums in the stock market" *Applied Economics*, 23, págs. 41-47.

Fecha de recepción del original: Abril, 1993
Versión final: Diciembre, 1993

ABSTRACT

This paper investigates the variability of the risk premium in the Spanish stock market over the period 1970-90. A first approach analizes the relationship between expected excess stock returns and volatility using an ARIMA model in the regressor variable. An exploratory study, using non-parametric methods, suggests the possibility of using a GARCH-M model, which is attractive because it generates a natural measure of risk. Empirical analysis shows a clearly significant persistence of volatility of stock prices in the whole sample period. This is consistent with the recent theories on asset-pricing models. The results obtained indicate that the risk assumed by the spanish investor has been sufficiently compensated. Moreover, in some periods, the efficient market hypothesis can not be accepted.

Keywords: risk premium, volatility, GARCH-M models.