Revista de Economía Aplicada EA *Número 12 (vol. IV), 1996, págs. 5 a 19*

PRIMAS DE RIESGO POR INFLACIÓN EN ESPAÑA*

FRANCISCO ALONSO
JUAN AYUSO
Banco de España. Servicio de Estudios

En este trabajo se estiman primas por inflación, a partir de su forma funcional teórica en el marco del CCAPM: el producto del coeficiente de aversión relativa al riesgo por la covarianza condicional entre consumo y precios. Esta última se ha estimado a partir de un modelo GARCH bivariante para las series trimestrales de consumo y precios durante el período 1970-1995. El coeficiente de aversión al riesgo se ha fijado a partir de las estimaciones disponibles para el caso español. Los resultados muestran que las primas por inflación a los plazos de 1, 3 y 5 años han sido notablemente reducidas (por debajo de 40 puntos básicos) y estables.
Palabras clave: CCAPM, relación de Fisher, GARCH bivariante.

Es comúnmente aceptado que los agentes económicos que participan en los mercados financieros toman sus decisiones sobre la base de sus expectativas con respecto al comportamiento futuro de las variables relevantes y que, además, forman tales expectativas de manera racional. En estas condiciones, los precios de los activos negociados en estos mercados pueden constituir una importante fuente de información sobre las reacciones de dichos agentes ante distintos cambios en el contexto económico, entre los cuales ocupan un lugar destacado las medidas de política económica adoptadas por las autoridades pertinentes. El análisis de la estructura temporal de los tipos de interés, un tema de larga tradición en la literatura financiera, se enmarca en este intento de extraer información relevante de los precios de los activos financieros.

Como se comenta con detalle en Söderlind (1995) o Ayuso y Núñez (1996), la estructura temporal de los tipos de interés proporciona, en determinadas condiciones, información relevante sobre la evolución futura de los tipos de interés y de la tasa de inflación que anticipan los agentes participantes en los mercados financieros. Extraer esa información, sin embargo, requiere la estimación de las primas de riesgo por plazo y por inflación que incorporan los tipos de interés nominales a largo plazo. En Restoy (1995) se lleva a cabo la estimación de las primas por plazo, en el caso español, y se

(*) Agradecemos los comentarios y sugerencias de dos evaluadores anónimos, así como los de J.R. Martínez Resano y los demás asistentes a un Seminario en el Servicio de Estudios del Banco de España. Las opiniones aquí expresadas son las de los autores y no tienen por qué coincidir necesariamente con las del Banco de España.

concluye que, dado su reducido tamaño, los tipos de interés nominales a largo plazo pueden considerarse completamente determinados por las expectativas sobre la evolución futura de los tipos de interés nominales a corto plazo –hipótesis expectacional.

Por el contrario, no existen hasta el momento estimaciones similares sobre la magnitud de las primas por inflación que permitan determinar hasta qué punto esos mismos tipos de interés nominales a largo plazo están igualmente determinados por la suma de un tipo de interés real *ex-ante* a largo plazo y de las expectativas de los agentes sobre la evolución futura de los precios –ecuación de Fisher. El objetivo de este trabajo es, precisamente, proporcionar una estimación de las primas por inflación implícitas en los tipos de interés nominales españoles, durante el período 1970-1995. La estimación se realiza a partir de las condiciones de equilibrio del conocido modelo de valoración de activos CCAPM *(Consumption Capital Asset Pricing Model)*. En la medida en la que el Banco de España fija, en la actualidad, sus objetivos en términos de la tasa de inflación interanual a medio plazo, el trabajo se centra en la estimación de las primas por inflación a los plazos de 1, 3 y 5 años, necesarias para deducir la inflación esperada por los agentes en los próximos 5 años.

De acuerdo con ese objetivo, la estructura del trabajo es la siguiente. Tras esta introducción, en la sección 1, se deriva la forma teórica de las primas por inflación en el contexto del CCAPM: el producto del coeficiente de aversión relativa al riesgo de los individuos por la covarianza condicional entre consumo y precios. En la sección 2, se aborda la estimación de la citada covarianza condicional, de acuerdo con la metodología GARCH, se tabula el coeficiente de aversión relativa al riesgo y se analiza el comportamiento de la prima por inflación durante el período considerado. Finalmente, la sección 3 cierra el trabajo con las principales conclusiones del análisis. Estas conclusiones pueden resumirse de modo breve, diciendo que las primas por plazo aquí estimadas son pequeñas y estables, de modo que la relación de Fisher parece ser, en el caso español, una buena aproximación a la relación empírica entre tipos de interés nominales, tipos de interés reales *ex-ante* y tasas esperadas de inflación.

1. Primas por inflación: formulación teórica

En esta sección, se deriva la forma teórica de las primas por riesgo de inflación a partir de las relaciones de equilibrio entre los rendimientos nominales y reales de los diferentes activos financieros existentes en la economía, de acuerdo con el modelo estocástico intertemporal convencional de valoración de activos financieros conocido como el CCAPM[1].

El CCAPM parte del supuesto de que los agentes eligen la composición de sus carteras para maximizar la utilidad esperada de la senda infinita de consumos futuros contingentes y que su única fuente de riqueza es, precisamente, el rendimiento de dicha cartera. Es decir, eligen los consumos y cantidades invertidas en cada activo financiero que, en cada momento t, , resuelven el siguiente problema:

(1) Véase Lucas (1978). La evidencia empírica internacional sobre la capacidad del CCAPM para explicar los precios de los activos financieros no es concluyente [véase, por ejemplo, Hardouvelis, Kim y Wizman (1995)]. En el caso español, Ayuso (1996) y Rubio (1996), utilizando datos y metodologías diferentes, encuentran evidencia relativamente favorable al CCAPM.

$$\underset{C_s,\, W_{s,j}}{Max} \quad E_t\,[V_t(C_t, C_{t+1},...)]$$

sujeto al siguiente conjunto de restricciones:

$$P_s\,(C_s + \sum_{j=1}^{J} W_{s,j}) = \sum_{j=1}^{J} P_{s\text{-}1}\, W_{s\text{-}1,j}\, R^j_{s\text{-}1,s};\quad s>t$$

donde J es el número de activos financieros –con y sin riesgo– disponibles en la economía; C_s, el consumo real del individuo en el momento s; $W_{s,j}$, la cantidad real invertida en el período s en el activo financiero j, cuyo rendimiento nominal por período (incluida, si es el caso, la devolución del principal) es $R^j_{s,s+1}$; y, finalmente, P_s es el nivel general de precios en el momento s.

Un poco de álgebra permite probar que las condiciones de primer orden del problema anterior toman la forma:

$$E_t\left(RMS_{t,t+1}\,\frac{P_t}{P_{t+1}}\,R^j_{t,t+1}\right) = 1,\ \forall t, j \qquad [1]$$

donde $RMS_{t,t+1}$ es la relación marginal de sustitución entre consumo futuro y consumo presente. La explicación intuitiva del significado de este conjunto de condiciones de optimalidad es sencilla: cuando se descuentan adecuadamente –esto es, según la relación marginal de sustitución entre consumo presente y consumo futuro–, los rendimientos esperados en términos reales de todos los activos financieros deben ser, en equilibrio, iguales entre sí.

Del conjunto del total de los activos financieros tiene interés seleccionar, ahora, uno cuya rentabilidad nominal sea sin riesgo y, por tanto, conocida en t, es decir, un bono cupón cero. Caracterizando dicho activo con el superíndice b, las condiciones de primer orden anteriores pueden escribirse como:

$$R^b_{t,t+1} = \frac{1}{E_t\left(RMS_{t,t+1}\,\frac{P_t}{P_{t+1}}\right)},\ \forall t \qquad [2]$$

Asimismo, si se consideran activos financieros cuya rentabilidad esté expresada en términos reales, es fácil comprobar que las condiciones de primer orden [1] toman la forma:

$$E_t(RMS_{t,t+1}\, RR^h_{t,t+1}) = 1,\ \forall t \qquad [3]$$

donde $RR^h_{t,t+1}$ es el rendimiento (real) total por período del activo h. Como en el caso anterior, puede seleccionarse ahora un activo cuya rentabilidad real sea sin riesgo y, por tanto, conocida en t (es decir, un hipotético bono cupón cero perfectamente indiciado). Denotando con el superíndice c dicho activo, el conjunto de condiciones [3] puede reescribirse en ese caso como:

$$RR^c_{t,t+1} = \frac{1}{E_t\,(RMS_{t,t+1})},\ \forall t \qquad [4]$$

Tomando logaritmos en [2] y [4] y restando esta última ecuación de la anterior se obtiene

$$i_{t,t+1} - r_{t,t+1} = \log E_t(RMS_{t,t+1}) - \log E_t(RMS_{t,t+1} \frac{P_t}{P_{t+1}}) \qquad [5]$$

donde $i_{t,t+1}$ representa el (logaritmo del) rendimiento nominal por período de un bono cupón cero emitido en t con un plazo de maduración igual a 1 período, y $r_{t,t+1}$, el (logaritmo del) rendimiento real por período de un bono cupón cero emitido en t con igual plazo de maduración y perfectamente indiciado.

Si se supone, a continuación, que la relación marginal de sustitución y el cociente de precios siguen una distribución (condicional) lognormal, es fácil comprobar que la ecuación anterior toma la forma[2]:

$$i_{t,t+1} - r_{t,t+1} = E_t(\pi_{t,t+1}) - \frac{1}{2} V_t(\pi_{t,t+1}) + Cov_t(rms_{t,t+1}, \pi_{t,t+1}) \qquad [6]$$

donde $rms_{t,t+1} = \log RMS_{t,t+1}$ y $\pi_{t,t+1} = \log(P_{t+1}/P_t)$. Reagrupando términos:

$$[i_{t,t+1} - E_t(\pi_{t,t+1})] - r_{t,t+1} = -\frac{1}{2} V_t(\pi_{t,t+1}) + Cov_t(rms_{t,t+1}, \pi_{t,t+1}) \qquad [6']$$

Obsérvese que el lado derecho de [6'] mide la diferencia entre la rentabilidad real esperada (1 período por delante) para una inversión en activos cuya rentabilidad es conocida en términos nominales, pero arriesgada en términos reales (ya que se desconoce cuál será la tasa de inflación) y la rentabilidad real sin riesgo a dicho plazo. Precisamente, estos dos sumandos diferencian la ecuación [6'] de la conocida ecuación de Fisher. Como es bien sabido, la interpretación de cada uno de estos sumandos en términos económicos es diferente. El sumando que depende de la varianza condicional de la tasa de inflación aparece como consecuencia de la conocida desigualdad de Jensen, de modo que carece de interpretación económica[3]. El sumando que depende de la covarianza condicional, sin embargo, puede caracterizarse como la prima de riesgo exigida al activo cuyo rendimiento es seguro en términos nominales, pero arriesgado en términos reales. En la medida en que dicho riesgo procede, exclusivamente, del desconocimiento de la evolución futura de los precios, esta prima es conocida como la prima por inflación. Ésta es, precisamente, la prima de riesgo que estamos interesados en medir.

Para estimar la prima por inflación es necesario realizar algún supuesto adicional sobre la función de utilidad de los individuos. En este trabajo, se supone que la función de utilidad es del tipo isoelástico[4]:

(2) La expresión se obtiene inmediatamente sin más que aplicar la relación entre la esperanza del logaritmo y el logaritmo de la esperanza de una variable aleatoria que sigue una distribución lognormal.

(3) De hecho, este término desaparece si se considera el desarrollo del modelo en tiempo continuo y no en tiempo discreto.

(4) En Ayuso y López-Salido (1996) se proporcionan cotas para las primas de riesgo por inflación para esta y otras especificaciones de las preferencias de los agentes. De acuerdo con sus resultados, salvo en casos extremos, la mayoría de las especificaciones llevan al mismo tipo de conclusiones sobre la magnitud y estabilidad de las primas.

$$V_t\,(C_t, C_{t+1},...) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \dfrac{C_{t+i}^{1-\gamma}}{1-\gamma}, si\ \gamma \neq 1 \\ \\ \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \log\,(C_{t+i}), si\ \gamma = 1 \end{cases} \qquad [7]$$

donde γ mide el grado (constante) de aversión relativa al riesgo de los individuos y β es un parámetro de preferencia temporal. En estas condiciones, es inmediato que la prima por inflación $PI_{t,t+1}$ toma la forma:

$$PI_{t,t+1} \equiv -\gamma\ Cov_t\,(\Delta c_{t+1}, \pi_{t,t+1}) \qquad [8]$$

donde $c_t \equiv \log\,(C_t)$.

A partir de la relación anterior, es posible estimar primas por inflación a plazos distintos simplemente considerando distintas aproximaciones *empíricas* al concepto *teórico* de "1 período". Así, fijado un plazo k, será preciso estimar la covarianza condicional entre las tasas de crecimiento del consumo y los precios, a dicho plazo:

$$Cov_t\,(\Delta_k c_{t+k}, \pi_{t,t+k}),$$

donde $\Delta_k c_{t+k} = c_{t+k} - c_t$. Esta estimación, junto con la del coeficiente de aversión relativa al riesgo γ, constituye el objetivo de la sección siguiente.

2. Primas por inflación: estimación empírica

2.1. *Estimación de $Cov_t\,(\Delta_k c_{t+k}, \pi_{t,t+k})$ y γ*

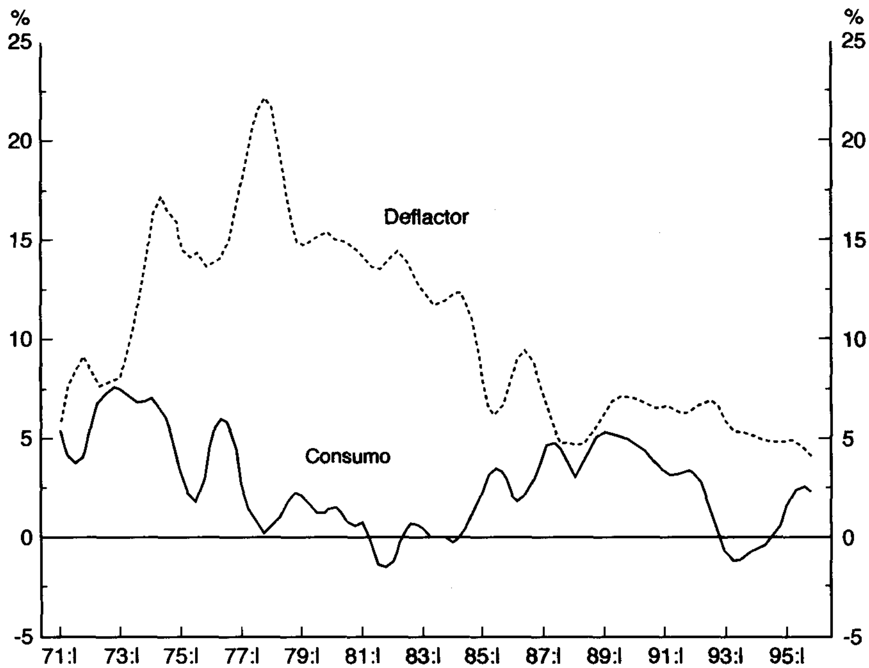
Con objeto de maximizar el número de observaciones disponibles para el análisis empírico, la covarianza condicional entre consumo y precios a distintos plazos se estima, en este trabajo, a partir de las series trimestrales de consumo nacional privado no duradero –en pesetas constantes de 1986– y de su correspondiente deflactor, elaboradas en el Servicio de Estudios del Banco de España, a partir de las series de consumo total publicadas por el INE[5]. El período que se analiza abarca desde el primer trimestre de 1970 hasta el último de 1995 (véase gráfico 1)[6].

La estimación de la covarianza condicional requiere descomponer cada serie en sus componentes anticipado y no anticipado. Así pues, es preciso, en primer lugar, realizar una estimación previa de las correspondientes medias condicionales de ambas

(5) Véase Estrada (1997). Conviene señalar que las series publicadas por el INE proceden de la trimestralización de las correspondientes series anuales. En general, estos procesos de trimestralización de series anuales suelen provocar una cierta suavización artificial de la serie, por lo que los resultados que se ofrecen deben tomarse con cierta cautela. Desgraciadamente, el uso de la serie anual –que resolvería este problema– nos dejaría sin suficientes grados de libertad en el análisis.

(6) Se han realizado también pruebas adicionales con series mensuales para el período 1985-1995. Los resultados cualitativos son muy similares a los que se obtienen para las series trimestrales, si bien el período cubierto es notablemente inferior. Asimismo, la sustitución del deflactor por las series del IPC y del IPSEBENE tampoco altera las conclusiones del trabajo.

Gráfico 1: Tasas de crecimiento interanual



series. Dicha estimación se ha realizado en el marco de un modelo bivariante para las transformaciones estacionarias de las series originales. Asimismo, se ha optado por incluir un elevado número de retardos en el lado derecho de cada ecuación, con el fin de garantizar un alto grado de ajuste intramuestral[7]. Más concretamente, la especificación de cada variable (consumo y precios) incluye ocho retardos de la propia variable y, adicionalmente, la ecuación para el consumo incluye cuatro retardos de la variable precios[8]. Es decir:

$$\begin{bmatrix} \Delta c_t \\ \Delta^2 p_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_0^c \\ \phi_0^p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_1^c L + \dots + \phi_8^c L^8 & \phi_1^{cp} L + \dots + \phi_4^{cp} L^4 \\ 0 & \phi_1^p L + \dots + \phi_8^p L^8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta c_t \\ \Delta^2 p_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^c \\ \varepsilon_t^p \end{bmatrix}$$

(7) Véase Estrada (1997) para un análisis detallado del orden de integración de cada serie. De acuerdo con sus resultados, los precios son I(2) y el consumo, I(1). Obsérvese, por otro lado, que la covarianza condicional *en t* entre la tasa de crecimiento del consumo y de los precios coincide con la covarianza condicional *en t* entre los niveles de ambas series *en t+k*.

(8) Los retardos del consumo en la ecuación de precios no resultaron estadísticamente significativos.

donde p_t representa el logaritmo del nivel de precios y

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_t^c \mid \Omega_{t-1} \\ \varepsilon_t^p \mid \Omega_{t-1} \end{bmatrix} \sim N(0,\Sigma_{t-1})$$

siendo Ω_{t-1} el conjunto de información disponible en t-1.

Las ecuaciones anteriores pueden reescribirse de modo compacto como:

$$\begin{bmatrix} (1-L) & 0 \\ 0 & (1-L)^2 \end{bmatrix} X_t = \Phi_0 + \Phi(L) \begin{bmatrix} (1-L) & 0 \\ 0 & (1-L)^2 \end{bmatrix} X_t + \varepsilon_t \qquad [9]$$

donde

$$X_t \equiv \begin{bmatrix} c_t \\ p_t \end{bmatrix}$$

El conjunto de ecuaciones [9] se ha estimado por mínimos cuadrados ordinarios (véase el cuadro A.1 en el anejo) que, aun en presencia de heteroscedasticidad, proporcionan estimaciones consistentes (aunque no eficientes) de los parámetros de las medias condicionales. Dado nuestro objetivo, es suficiente contar con estimaciones consistentes de los parámetros. Como puede verse en el cuadro 1, el número de retardos incluido es adecuado para eliminar cualquier tipo de correlación residual.

Cuadro 1: CONTRASTES DE AUTOCORRELACIÓN RESIDUAL

$$\begin{bmatrix} \Delta c_t \\ \Delta^2 p_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_0^c \\ \phi_0^p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_1^c L + \ldots + \phi_8^c L^8 & \phi_1^{cp} L + \ldots + \phi_4^{cp} L^4 \\ 0 & \phi_1^p L + \ldots + \phi_8^p L^8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta c_t \\ \Delta^2 p_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^c \\ \varepsilon_t^p \end{bmatrix}$$

	$\hat{\varepsilon}_t^c$	$\hat{\varepsilon}_t^p$
Q(1)	0,08	3E-3
Q(4)	0,44	0,88
Q(8)	3,28	1,03
Q(12)	6,57	3,72
Q(20)	10,4	9,70

1. Q(x) es el valor del contraste de Ljung-Box de autocorrelación residual de hasta orden x.

Una vez estimado el vector de innovaciones ε_t, la covarianza condicional entre consumo y precios se ha obtenido a partir de la estimación de un modelo ARCH(3) bivariante para ε_t, en línea con la parametrización sugerida en Engle, Granger y Kraft (1984) y Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988). Concretamente, se supone que la matriz de varianzas-covarianzas condicional toma la forma:

$$V_t(\varepsilon_{t+1}) \equiv \Sigma_t = A_0 + A_1 * \sim \varepsilon_t \varepsilon_t' + A_2 * \sim \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' + A_3 * \sim \varepsilon_{t-2} \varepsilon_{t-2}' \qquad [10]$$

donde el símbolo "$* \sim$" representa el producto de matrices elemento a elemento[9]. Así, cada varianza condicional depende exclusivamente de las innovaciones pasadas (al cuadrado) en la propia serie, mientras que la covarianza condicional entre consumo y precios depende del producto cruzado entre las innovaciones pasadas de ambas series. Por otra parte, se impone la restricción de que A_0, A_1, A_2 y A_3 sean matrices semidefinidas positivas, para garantizar que la matriz de varianzas-covarianzas condicional sea, a su vez, semidefinida positiva.

Los resultados de la estimación máximo-verosímil de [10] aparecen en el cuadro 2. Como puede observarse, los parámetros que caracterizan el comportamiento de la covarianza condicional (los elementos fuera de la diagonal de las distintas matrices) son solo marginalmente significativos, no siendo posible rechazar, en consecuencia, que, salvo para niveles de significación bastante exigentes, las primas por riesgo inflacionario hayan sido nulas durante el período considerado. Por otra parte, el ajuste del modelo es satisfactorio, no apreciándose evidencia de heteroscedasticidad condicional residual.

Tomando como referencia las estimaciones puntuales de los parámetros relevantes, y obviando su reducido nivel de significación, es fácil obtener la covarianza condicional entre consumo y precios k períodos por delante. En primer lugar, es preciso expresar el proceso para la media condicional de precios y consumo en forma de MA infinito:

$$\begin{bmatrix} (1-L) & 0 \\ 0 & (1-L)^2 \end{bmatrix} X_t = \Phi_0 + \Phi(L) \begin{bmatrix} (1-L) & 0 \\ 0 & (1-L)^2 \end{bmatrix} X_t + \varepsilon_t \quad \Rightarrow$$

$$B(L)\, X_t = \Phi_0 + \varepsilon_t, \;\; B(L) = [I - \Phi(L)] \begin{bmatrix} (1-L) & 0 \\ 0 & (1-L)^2 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$X_t = \Psi(L)\, \Phi_0 + \Psi(L)\varepsilon_t, \;\; B(L)\, \Psi(L) = I$$

A partir de la expresión anterior, es inmediato que:

$$V_t(X_{t+k}) = \sum_{i=1}^{k} \Psi_{k-i} V_t(\varepsilon_{t+i})\, \Psi'_{k-i}$$
$$\Psi(L) = \Psi_0 + \Psi_1 L + \Psi_2 L^2 + \ldots \qquad [11]$$

Dado que la varianza condicional del vector de innovaciones ε_t sigue el proceso ARCH(3) caracterizado en [10], un poco de álgebra permite hallar las expresiones para sus varianzas condicionales a los diferentes plazos comprendidos entre 1 y k:

(9) Es decir:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \sim \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae & bf \\ cg & dh \end{bmatrix}$$

Cuadro 2: RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN DE LA COVARIANZA CONDICIONAL

$$\varepsilon_{t+1} = Y_{t+1} - E_t(Y_{t+1})$$

$$V_t(\varepsilon_{t+1}) = \begin{pmatrix} a_{11,0} & a_{12,0} \\ a_{12,0} & a_{22,0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11,1} & a_{12,1} \\ a_{12,1} & a_{22,1} \end{pmatrix} \sim * \begin{pmatrix} (\varepsilon_t^c)^2 & \varepsilon_t^c\,\varepsilon_t^p \\ \varepsilon_t^c\,\varepsilon_t^p & (\varepsilon_t^p)^2 \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} a_{11,2} & a_{12,2} \\ a_{12,2} & a_{22,2} \end{pmatrix} \sim * \begin{pmatrix} (\varepsilon_{t-1}^c)^2 & \varepsilon_{t-1}^c\,\varepsilon_{t-1}^p \\ \varepsilon_{t-1}^c\,\varepsilon_{t-1}^p & (\varepsilon_{t-1}^p)^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11,3} & a_{12,3} \\ a_{12,3} & a_{22,3} \end{pmatrix} \sim * \begin{pmatrix} (\varepsilon_{t-2}^c)^2 & \varepsilon_{t-2}^c\,\varepsilon_{t-2}^p \\ \varepsilon_{t-2}^c\,\varepsilon_{t-2}^p & (\varepsilon_{t-2}^p)^2 \end{pmatrix}$$

Parámetro	Valor estimado (error estándar)
$a_{11,0}$	0,12 (0,03)
$a_{12,0}$	-0,01 (0,01)
$a_{22,0}$	0,05 (0,02)
$a_{11,1}$	0,19 (0,25)
$a_{12,1}$	3E-3 (0,13)
$a_{22,1}$	0,06 (0,08)
$a_{11,2}$	0 (—)
$a_{12,2}$	0 (—)
$a_{22,2}$	0,19 (0,14)
$a_{11,3}$	0 (—)
$a_{12,3}$	0 (—)
$a_{22,3}$	0,58 (0,23)
$Q_c(1)$	0,01
$Q_p(1)$	0,89
$Q_{cp}(1)$	0,02
$Q_c(4)$	1,00
$Q_p(4)$	1,79
$Q_{cp}(4)$	0,64
$Q_c(8)$	2,22
$Q_p(8)$	4,24
$Q_{cp}(8)$	2,52
$Q_c(20)$	11,30
$Q_p(20)$	8,40
$Q_{cp}(20)$	13,00

1. Las series ε_t están multiplicadas por 100.
2. Q(x) es el valor del contraste de Ljung-Box de autocorrelación residual de hasta orden x, correspondiente al cuadrado de los residuos normalizados de las ecuaciones de consumo (subíndice c) y precios (p), y al producto de los residuos normalizados de ambas series (cp).
3. 0 (—) significa que el valor de los parámetros correspondientes se ha restringido a 0.

$$
\begin{aligned}
V_t(\varepsilon_{t+1}) &= A_0 + A_1\varepsilon_t\varepsilon_t^{/} + A_2\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}^{/} + A_3\varepsilon_{t-2}\varepsilon_{t-2}^{/} \\
V_t(\varepsilon_{t+2}) &= A_0 + A_1 V_t(\varepsilon_{t+1}) + A_2\varepsilon_t\varepsilon_t^{/} + A_3\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}^{/} \\
V_t(\varepsilon_{t+3}) &= A_0 + A_1 V_t(\varepsilon_{t+2}) + A_2 V_t(\varepsilon_{t+1}) + A_3\varepsilon_t\varepsilon_t^{/} \\
V_t(\varepsilon_{t+j}) &= A_0 + A_1 V_t(\varepsilon_{t+j-1}) + A_2 V_t(\varepsilon_{t+j-2}) + A_3 V_t(\varepsilon_{t+j-3}), j=4,5...k.
\end{aligned}
\qquad [12]
$$

Sustituyendo [12] en [11], puede obtenerse la covarianza condicional a cualquier plazo entre los precios y el consumo que aparece en la ecuación [8] –el elemento fuera de la diagonal principal de la matriz $V_t(X_{t+k})$.

De acuerdo con esa misma ecuación [8], la estimación de la prima por inflación requiere, además, una estimación previa del coeficiente de aversión relativa al riesgo. El cuadro 3 muestra los resultados, al respecto, de diferentes trabajos realizados para el caso español. Como puede verse, el valor estimado de γ varía dentro de un rango entre -0,39 y 7,22, con un valor medio de 2,32. Con el fin de evaluar la importancia de las primas por inflación, se van a considerar aquí dos posibles valores de γ: sus valores medio y máximo, de acuerdo con los resultados resumidos en el cuadro 3.

Cuadro 3: ESTIMACIONES DEL COEFICIENTE DE AVERSIÓN RELATIVA AL RIESGO

Autor	Período	Estimación (e. estándar)
Alcalá, J. T., Bachiller, A. y Olave, P. (1993)	1970-1990	-0,01 (0,03)
	1970-1974	-0,02 (0,32)
	1975-1980	-0,39 (0,33)
	1981-1990	0,03 (0,01)
Alonso, A., Rubio, G. y Tusell, F. (1987)	1965-1984	3,88 (0,36)
	1965-1974	6,66 (0,04)
	1975-1984	1,38 (0,09)
Alonso, A., Rubio, G. y Tusell, F. (1988)	1965-1984	3,82 (1,74)
	1965-1974	7,22 (1,80)
	1975-1984	0,82 (2,41)
Alonso, F. y Restoy, F. (1995)[(a)]	1974-1992	3,85 (5,99)
		5,90 (7,77)
Ayuso, J. (1996)	1988-1995	0,22 (4E-3)
Martínez, M. A. (1994)[(a)]	1980-1992	2,52 (1,15)
		1,61 (1,21)
		2,64 (1,09)
		1,64 (1,19)
Mora, J. (1992)	1976-1989	0,02 (3E-3)

(a) Estos autores presentan varias estimaciones de γ dependiendo del método de estimación elegido.

2.2. *Primas por riesgo de inflación*

Estimado el proceso para la covarianza condicional que aparece en la ecuación [8], y dados unos valores de referencia para γ, en esta subsección se presentan los resultados de la estimación de las primas por riesgo de inflación a 1, 3 y 5 años. Como puede verse en el gráfico 2, las primas por inflación son positivas durante la totalidad del período, aunque notablemente reducidas en comparación con los niveles de los tipos de interés nominales a los distintos plazos considerados[10]. Este resultado se mantiene incluso para el valor máximo del coeficiente de aversión relativa al riesgo en el cuadro 3, en cuyo caso las primas por inflación no superan en ningún momento los 40 puntos básicos. De hecho, para que la prima media por inflación a 5 años fuese de 1 punto porcentual, el coeficiente γ debería de ser superior a 30, un valor considerablemente alto. El comportamiento de las primas por inflación ha sido, además, bastante estable durante el período considerado[11].

Estos resultados están bastante en línea con los encontrados en Söderlind (1995) e Ireland (1996), para el caso americano, y en Levin y Copeland (1993), para el caso inglés. Así, el primero encuentra primas por inflación a 1 año que, para un valor del coeficiente γ de 5, alcanzan un valor máximo de 0,3% a lo largo del período 1955:I-1990:IV. Levin y Copeland, por su parte, presentan una estimación conjunta de la suma de la prima por inflación y el término de desigualdad de Jensen (negativo, por definición) al plazo de 3 años, a partir de datos diarios sobre los tipos de interés de los bonos ingleses indiciados. Estos autores concluyen que dicha suma es pequeña (con un valor medio de -0,16%) y estable (oscila entre -0,52% y 0,12%) durante el período 1982-1991. Además, afirman que la prima por inflación representa en torno al 80% de la suma de ambos componentes. En Ireland (1996) no se aportan estimaciones puntuales concretas de las primas por inflación, pero se presenta evidencia indirecta al respecto que permite afirmar al autor que su valor para los bonos a 10 años del Tesoro es "muy pequeño".

En definitiva, los resultados obtenidos llevan a la conclusión de que la relación de Fisher, según la cual la diferencia entre los tipos de interés nominales y los tipos de interés reales *ex-ante* mide, exclusivamente, las expectativas de inflación de los agentes, es una buena aproximación empírica a la relación entre tipos de interés nominales y tipos de interés reales en el caso español.

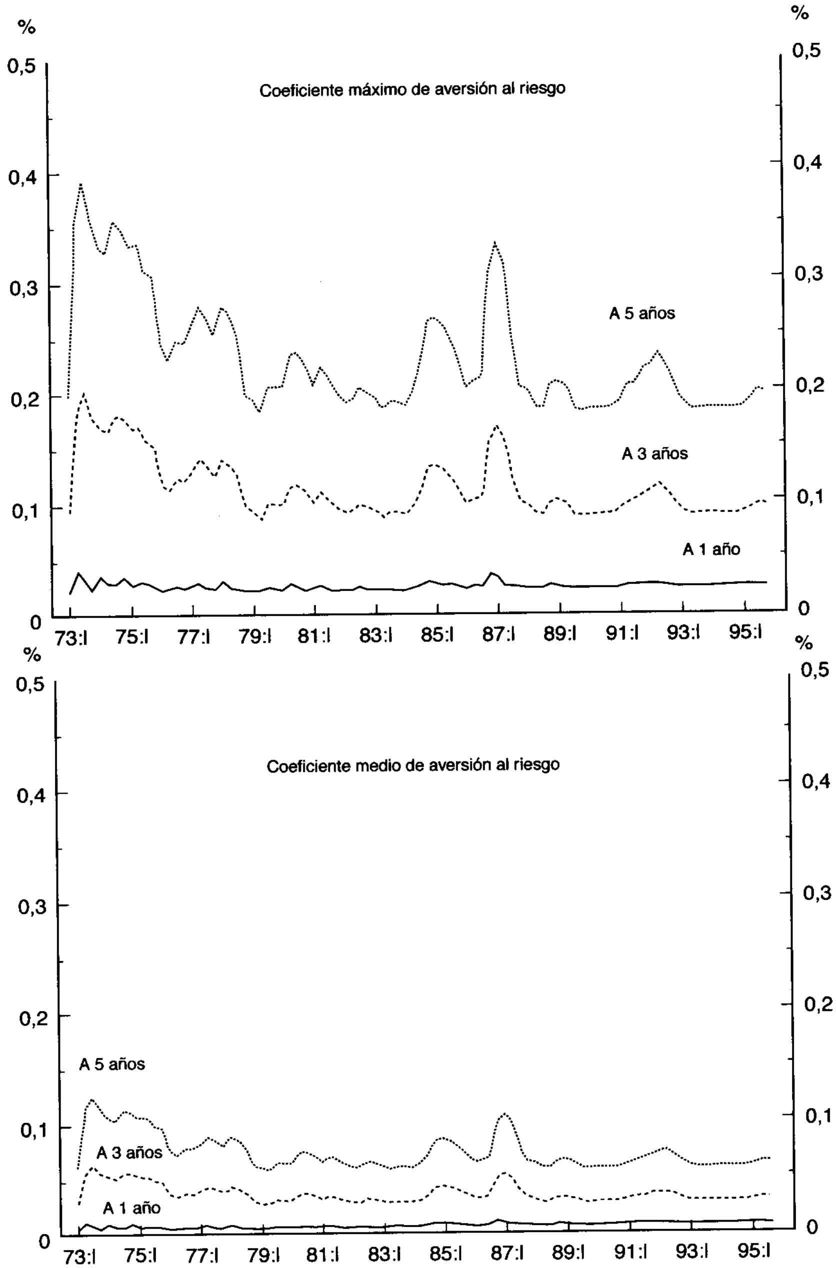
3. Conclusiones

Los tipos de interés nominales pueden ser una fuente importante de información sobre las expectativas de los agentes con respecto a la evolución futura de la tasa de

(10) Aunque no existen datos sobre los tipos nominales para la totalidad del período aquí analizado, el valor medio del tipo interbancario a 1 año entre 1976 y 1995 fue del 14,1%, mientras que entre 1979 y 1995 los tipos de interés de la Deuda Pública entre 2 y 4 años y a más de 4 años fueron, respectivamente, del 13,7% y del 12,7%.

(11) Por otra parte, el término que capta el error de aproximación debido a la desigualdad de Jensen, $-1/2\ V_t(\pi_{t,t+k})$, toma valores medios de 3, 14 y 35 puntos básicos para los plazos de 1, 3 y 5 años, respectivamente.

Gráfico 2: PRIMAS POR RIESGO DE INFLACIÓN
Puntos porcentuales anuales



inflación. Para obtener dicha información, sin embargo, es preciso disponer de una estimación de la magnitud de las primas por inflación que dichos tipos de interés incorporan.

En este trabajo se ha abordado la estimación de las primas por inflación a los plazos de 1, 3 y 5 años, necesarias para conocer la tasa de inflación interanual esperada por los agentes y poder proceder a su comparación con los objetivos establecidos por la autoridad monetaria. La estimación se ha realizado a partir de la forma funcional teórica de las primas en el marco del CCAPM, de acuerdo con el cual pueden expresarse como el producto entre el coeficiente de aversión relativa al riesgo de los individuos y la covarianza condicional entre consumo y precios. Esta última se ha estimado a partir de un modelo GARCH bivariante para las series trimestrales de consumo y precios durante el período 1970-1995. El coeficiente de aversión al riesgo se ha fijado, sin embargo, a partir de las estimaciones disponibles para el caso español, que lo sitúan en un rango entre -0,39 y 7,22.

De acuerdo con los resultados aportados, y con las lógicas cautelas asociadas al hecho de que los datos de consumo proceden de la trimestralización de las series anuales, puede concluirse que las primas por inflación a los plazos de 1, 3 y 5 años han sido, durante el período considerado, notablemente reducidas (por debajo de 40 puntos básicos) y bastante estables, sobre todo en comparación con los valores mostrados por los tipos de interés nominales. La evidencia no es, pues, contraria a la verificación, en el caso español, de la relación de Fisher, según la cual el tipo de interés nominal es la suma del tipo de interés real *ex-ante* y de la tasa esperada de inflación.

ANEJO

Cuadro A.1.: MEDIAS CONDICIONALES DE CONSUMO Y PRECIOS

$$\begin{bmatrix}\Delta c_t \\ \Delta^2 p_t\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\phi_0^c \\ \phi_0^p\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\phi_1^c L + \ldots + \phi_8^c L^8 & \phi_1^{cp} L + \ldots + \phi_4^{cp} L^4 \\ 0 & \phi_1^p L + \ldots + \phi_8^p L^8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta c_t \\ \Delta^2 p_t\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\varepsilon_t^c \\ \varepsilon_t^p\end{bmatrix}$$

Parámetro	i = c , j = p	i = p , j = c
ϕ_0^i	0,06 (0,07)	-0,02 (0,05)
ϕ_1^i	0,99 (0,11)	0,10 (0,11)
ϕ_2^i	-0,55 (0,16)	-0,16 (0,11)
ϕ_3^i	0,24 (0,16)	-0,10 (0,11)
ϕ_4^i	0,20 (0,16)	-0,03 (0,10)
ϕ_5^i	-0,25 (0,16)	-0,14 (0,10)
ϕ_6^i	0,07 (0,15)	-0,14 (0,10)
ϕ_7^i	0,08 (0,14)	-0,19 (0,10)
ϕ_8^i	0,08 (0,10)	0,17 (0,10)

Cuadro A.1.: MEDIAS CONDICIONALES DE CONSUMO Y PRECIOS (continuación)

$$\begin{bmatrix}\Delta c_t\\ \Delta^2 p_t\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\phi_0^c\\ \phi_0^p\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\phi_1^c L + \dots + \phi_8^c L^8 & \phi_1^{cp} L + \dots + \phi_4^{cp} L^4 \\ 0 & \phi_1^p L + \dots + \phi_8^p L^8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta c_t\\ \Delta^2 p_t\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\varepsilon_t^c\\ \varepsilon_t^p\end{bmatrix}$$

Parámetro	i = c , j = p	i = p , j = c
ϕ_1^{ij}	-0,12 (0,10)	—
ϕ_2^{ij}	0,21 (0,10)	—
ϕ_3^{ij}	-0,14 (0,10)	—
ϕ_4^{ij}	-0,02 (0,10)	—
$\bar{R}^2$	0,67	0,10
$\hat{\sigma}$	0,40	0,44
N	94	94

1. Errores estándar entre paréntesis.
2. Series multiplicadas por 100.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alcalá, J. T., Bachiller, A. y Olave, P. (1993): "Prima de riesgo y volatilidad en el mercado de valores español", *Revista de Economía Aplicada*, Vol. 1, nº 3, págs. 95-117.

Alonso, A., Rubio, G. y Tusell, F. (1987): "Asset pricing and risk aversion in the Spanish stock market", Southern European Economic Discussion Series (SEEDS), nº 53.

Alonso, A., Rubio, G. y Tusell, F. (1988): "Estimación del coeficiente de aversión relativa al riesgo: propiedades asintóticas de un estimador generalizado de momentos", *Revista Española de Economía*, Vol. 5, nºs 1-2, págs. 105-118.

Alonso, F. y F. Restoy (1995): "La remuneración de la volatilidad en el mercado español de renta variable", *Moneda y Crédito*, 200, págs. 95-126.

Ayuso, J. (1996): "Un análisis empírico de los tipos de interés reales *ex-ante* en España", *Investigaciones Económicas*, Vol XX, nº 3, págs. 321-338.

Ayuso, J. y D. López-Salido (1996): "What does consumption tell us about inflation expectations and real interest rates?", Banco de España, Documento de Trabajo 9633.

Ayuso, J. y S. Núñez (1996): "La curva de rendimientos como indicador para la política monetaria", en *La política monetaria y la inflación en España*, Servicio de Estudios del Banco de España, Alianza Editorial, págs. 415-442.

Bollerslev, T., R.F. Engle y J.M. Wooldridge (1988): "A capital asset pricing model with time varying covariances", *Journal of Political Economy*, Vol. 96, nº 1, págs. 116-131.

Engle, R.F., C.W.J. Granger y D.F. Kraft (1984): "Combining competing forecast of inflation using a bivariate ARCH model", *Journal of Economic Dynamics and Control*, nº 8, págs. 151-165.

Estrada, A. (1997): *Análisis del gasto de las familias en España*, Banco de España, Estudios Económicos, de próxima aparición.

Hardouvelis, G.A., K. Dongcheol y T.A. Wizman (1995): "Asset pricing models with and without consumption: an empirical evaluation", CEPR, Working Paper nº 1262.

Ireland, P.N. (1996): "Long-term interest rates and inflation: A Fisherian approach", FRB of Richmond *Economic Quarterly*, Vol. 82, nº 1, págs. 21-35.

Levin, E.I. y L.S. Copeland (1993): "Reading the message from the UK indexed bond market: real interest rates, expected inflation and the risk premium", *The Manchester School*, Vol. LXI, Supplement, págs. 13-34.

Lucas, R.E.Jr. (1978): "Asset Prices in an exchange economy", *Econometrica*, 46, págs. 1429-1445.

Martínez Sedano, M.A. (1994): "Restricciones de cartera y evaluación de la gestión de los fondos de inversión", Universidad del País Vasco, Facultad de CC. Económicas y EE, Documento de Trabajo nº 9417.

Mora, J. (1992): "Eficiencia de los mercados financieros: una contrastación con modelización", *Revista Española de Economía*, número monográfico sobre "Mercados financieros españoles", págs. 33-55.

Restoy, F. (1995): "Determinantes de la curva de rendimientos: hipótesis expectacional y primas de riesgo", Banco de España, Documento de Trabajo 9530.

Rubio, E.M. (1996): "Testing the CCAPM on Spanish data: a new approach", CEMFI, Working Paper nº 9603.

Söderlind, P. (1995): "Forward interest rates as indicators of inflation expectations", CEPR Working Paper nº 1313.

Fecha de recepción del original: octubre, 1996
Versión final: abril, 1997

ABSTRACT

In this paper we estimate inflation risk premia within a CCAPM framework, that is to say, the relative risk aversion coefficient times the conditional covariance between consumption and prices. The latter has been estimated from a GARCH bivariate for quarterly data on the Spanish economy from 1970:I to 1995:IV. The former has been chosen according to the available estimates in the literature. Our results show that 1-, 3- and 5-year inflation risk premia have been rather low (below 40 basis points) and stable.

Keywords: CCAPM, Fisher relation, GARCH bivariate.