Revista de Economía Aplicada E A *Número 16 (vol. VI), 1998, págs. 95 a 120*

RIESGO DE ESTIMACIÓN Y GESTIÓN DE CARTERA*

MIGUEL A. MARTÍNEZ SEDANO
Universidad del País Vasco

Son bien conocidos los importantes errores que conlleva la estimación muestral de los parámetros sobre la distribución de probabilidad de los rendimientos esperados de los activos. En el presente trabajo se han analizado tres conocidas aproximaciones alternativas que tratan de corregir tales errores: el estimador de James-Stein, el de Bayes-Stein y el del CAPM. Estas metodologías de estimación fueron utilizadas en la resolución de un problema de elección dinámica de cartera para una muestra de activos españoles.
Los resultados nos permiten concluir que ninguno de los tres métodos utilizados para eliminar el error de estimación se muestra como claramente superior a la hora de permitir al inversor la creación de carteras con las que pueda lograr rentabilidades superiores. Además, se ha encontrado evidencia de que la revisión mensual de la cartera no genera rendimientos significativamente superiores a los obtenidos por gestiones más pasivas.
Palabras clave: estimación de rendimientos esperados, error de estimación, gestión de cartera.

El análisis teórico habitual de elección de cartera y de valoración de activos asume que los inversores conocen los parámetros relevantes de la distribución de rendimientos de tales activos. Sin embargo, en la práctica, este conocimiento es imperfecto y los inversores deben utilizar alguna estimación sobre ellos. La literatura financiera denomina "riesgo de estimación" a la posible existencia de errores en esta estimación.

El presente trabajo se centra en las implicaciones que sobre la elección de cartera tiene este riesgo de estimación[1].

(*) El autor agradece especialmente la valiosa y constante colaboración de Gonzalo Rubio en la elaboración de este trabajo. Asimismo debo reconocer la ayuda computacional recibida de Michael J. Best. Las sugerencias de dos evaluadores anónimos y de los participantes en el III Foro de Finanzas, XX Simposio de Análisis Económico y Seminarios del Dpto. de Fundamentos del Análisis Económico de la Universidad del País Vasco han contribuído a mejorar la versión original de este trabajo. Se agradece también la ayuda financiera otorgada por la Dirección General Interministerial Científica y Técnica (DGICYT) a través del proyecto nº PB94-1373. Por supuesto, cualquier error es de mi única responsabilidad.

(1) Su efecto sobre la valoración de activos ha sido tratada por Barry y Brown (1985), Coles, Loewenstein y Suay (1995) y Clarkson, Guedes y Thompson (1996) entre otros.

Es claro que la elección racional de cartera exige una estimación previa de los rendimientos esperados de los activos que recoja las expectativas del agente decisor. Una estimación imprecisa de tales rendimientos puede tener negativas implicaciones sobre la composición de la cartera óptima y, consecuentemente, sobre el nivel de riqueza alcanzado por el inversor. La literatura ha ilustrado profusamente este hecho. Así, la búsqueda de una estimación correcta sobre la distribución de probabilidad de los rendimientos esperados de los activos ha sido un tema de constante preocupación. Los recientes trabajos de Jorion (1991), Allen y Zocco (1993), Lance y Hayes (1994) y Annaert (1995) muestran el interés en estos temas.

En el trabajo se comparan los rendimientos de las carteras creadas con cuatro diferentes estimaciones de los rendimientos futuros: la estimación muestral, la de James-Stein, la de Bayes-Stein y la derivada del modelo de mercado CAPM. Además, únicamente a efectos ilustrativos, se considera también el hipotético caso de previsión perfecta de los rendimientos futuros. El objetivo de este trabajo es analizar la posibilidad de obtener rendimientos en exceso en el mercado español mediante una gestión activa de la cartera.

Adicionalmente, se analiza si las carteras propuestas, formadas únicamente en base a información pasada, pueden lograr rentabilidades en exceso no sólo al final del mes en que se crearon, sino también cuando se mantienen durante dos, tres, cuatro, seis o incluso doce meses. Este análisis enlaza directamente con los argumentos de eficiencia del mercado. Únicamente en el caso de ineficiencias manifiestas pueden obtenerse rentabilidades extraordinarias mediante la utilización de información disponible, aunque aún no incorporada en los precios de los activos.

La organización del trabajo es la siguiente. En la sección 1 se describen los datos utilizados sobre rendimientos de activos. La explicación del modelo teórico de elección dinámica de cartera se realiza en la sección 2. La sección 3 se dedica a la descripción y análisis de las cuatro metodologías utilizadas para la estimación de los rendimientos esperados. En la sección 4 se efectúa un análisis descriptivo de las carteras elegidas en base a tales metodologías de estimación. La sección 5 recoge los resultados empíricos obtenidos sobre la posibilidad o no de lograr rentabilidades en exceso. Finalmente, en la sección 6 se presentan unas breves conclusiones.

1. Datos

El trabajo exige la utilización de información sobre los rendimientos mensuales de los activos financieros susceptibles de formar parte de la cartera de un inversor genérico en España. Para ello, se han considerado activos nacionales, tanto de renta variable como de renta fija[2].

Respecto de la renta variable, la base de datos se compone de los rendimientos mensuales (ajustados apropiadamente por los dividendos repartidos y por las

(2) La inversión exterior no se ha considerado suficientemente relevante durante el período de estudio como para incluirla en nuestro análisis.

ampliaciones de capital) de 67 empresas que cotizan en Bolsa. La elección de este grupo de activos (de entre un total de 164 disponibles) se basó en la disponibilidad de datos completos sobre sus rendimientos desde enero de 1974 hasta diciembre de 1992, aun siendo conscientes del sesgo de supervivencia que puede generarse. Con estos datos, el análisis puede realizarse desde enero de 1980 hasta diciembre de 1992, ya que el período previo de estimación de los rendimientos se ha establecido en 6 años.

Con la totalidad (164) de activos disponibles se obtuvo una estimación equiponderada de la cartera de mercado, EW[3]. Además, en el apéndice son agrupados en diez carteras equiponderadas, en base al valor de mercado de cada uno de ellos al final del año anterior. Las carteras así creadas se han denominado *size1, size2, ..., size10.*

En cuanto a la posibilidad de invertir en renta fija, se ha considerado únicamente un activo, la renta fija pública de corto plazo. Su rendimiento se obtuvo del Boletín Económico del Banco de España, mensualizando la serie de tipos de interés de las letras del tesoro en el mercado secundario, en operaciones simples al contado entre titulares de cuenta a un año. Esta serie se utiliza, además, como aproximación al rendimiento del activo seguro[4].

2. El modelo dinámico de elección

El modelo de elección se basa en la teoría de la inversión dinámica (reinversión pura), propuesta por Grauer y Hakansson (1986). Tomando una función terminal de utilidad potencial, las decisiones de inversión se obtienen como una serie de decisiones a un período de la forma [5]:

$$\max_{\{X_t\}} E\,[\frac{1}{\gamma}(1 + \sum_{i=1}^{N} X_{it}r^a_{it} + X_{Lt}\, r_{Lt})^{\gamma}] \qquad [1]$$

donde N es el número de activos; γ es el parámetro de aversión al riesgo que permanece fijo durante todo el período; X_{it} y X_{Lt} son los porcentajes de capital invertido en el activo arriesgado y en el activo de renta fija L, respectivamente, en t;

(3) Se eligió este índice frente al alternativo que pondera por capitalización al final del año precedente (VW) debido a sus mejores resultados en los contrastes de eficiencia media-varianza, tal y como muestra Martínez (1997).

(4) Durante los primeros años cubiertos por esta investigación en que no existían las letras del tesoro, el activo seguro se basó en los tipos de interés de los préstamos ofrecidos por las instituciones financieras.

(5) Véase Mossin (1968) y Grauer y Hakansson (1986). Incluso si la función de utilidad terminal no es de la forma señalada, Hakansson (1974) muestra que hay una amplia gama de funciones de utilidad terminales para las cuales las funciones objetivo para un período convergen a [1] para algún γ. Según este autor, las condiciones para esta convergencia son tan débiles que son cumplidas por la mayoría de las funciones de utilidad de interés práctico.

r^a_{it} es una estimación del rendimiento anticipado del activo i en t y r_{Lt} es el rendimiento del activo de renta fija en el momento t [6].

La elección de cartera en [1] depende de las expectativas que el inversor tenga sobre los rendimientos futuros de los activos, r^a_{it}. Se debe, por tanto, establecer una estimación de estas expectativas. El período previo para tal estimación que se considera en este trabajo es de seis años (S = 72 meses)[7]. La siguiente sección se dedica completamente a este tema.

Por otro lado, la resolución del problema [1] exige, además, la determinación previa de un coeficiente de aversión relativa al riesgo, γ, que recoja la actitud ante el riesgo de un inversor genérico. Para ello se decidió utilizar la estimación de tal coeficente correspondiente al índice de mercado EW obtenida en Martínez (1997). Las estimaciones resultantes ($\hat{ARR}$) y sus desviaciones típicas, utilizando el método propuesto por Brown y Gibbons (1985), basado en el Método Generalizado de los Momentos, y por Rubinstein (1976) son 2,52 (1,15) y 2,64 (1,09), respectivamente. A la vista de estos resultados se decidió considerar como parámetro γ en [1] el siguiente: $\gamma = 1 - \hat{ARR} \approx -2$.

Finalmente, deben incluirse las restricciones de no negatividad de los porcentajes a invertir en cada activo (eliminando así la posibilidad de ventas al descubierto) y una restricción de presupuesto que exija que la suma de todos ellos en cada momento del tiempo sea la unidad. De esta manera, el problema que debería resolver cada agente decisor en cada momento t sería:

$$\max_{\{X_t\}} \sum_{s=1}^{S} \frac{1}{S} \left[\frac{1}{\gamma}\left(1 + \sum_{i=1}^{N} X_{it}\, r^a_{its} + X_{Lt}\, r_{Lt}\right)^{\gamma}\right] \qquad [2]$$

$$\begin{array}{lll} \text{s. a.} & 0 \leq X_{it} & \forall i, \forall t \\ & 0 \leq X_{Lt} & \forall t \\ & \sum_{i=1}^{N} X_{it} + X_{Lt} = 1 & \forall t \end{array}$$

Resolviendo este problema se obtiene para cada mes t la cartera óptima elegida en base a cada estimación de los rendimientos futuros, r^a_{it} [8]. Al finalizar este período, se conocerán los rendimientos de los activos que la forman y, así, se podrá conocer también su rendimiento durante el mes. Similarmente puede calcu-

(6) Nótese que el rendimiento del activo seguro en el período siguiente es ya conocido en el momento de efectuar la inversión. Esto hace innecesaria la estimación de su rendimiento futuro dado que ya se conoce con certeza su valor. Por ello, r_{Lt} no lleva asignado ningún superíndice que indique que se trata de un valor estimado.

(7) La necesaria estimación de la matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos de los 68 activos, que aparecerá en la sección siguiente, obligó a elegir un período de estimación superior en meses al número de activos en la muestra. Este es el motivo por el que se eligió aquel período de estimación, aún reconociendo que pueda resultar excesivamente largo como reflejo de la memoria histórica de los inversores.

(8) El autor debe agradecer a M. J. Best la desinteresada cesión de la subrutina FORTRAN de programación no lineal "FCDPAK" utilizada en la resolución de este problema. La guía de su uso está disponible en Best (1975).

larse el rendimiento derivado de mantener esa cartera óptima durante dos o más meses. Repitiendo este proceso para los períodos siguientes se obtiene la serie de rendimientos de la cartera óptima correspondiente a cada método de estimación.

En el caso de perfecta previsión sobre los rendimientos futuros de los activos, la elección óptima resultaría, simplemente, de invertir el 100 por ciento de la riqueza en el activo que mayor rendimiento obtendrá (con certeza) en el período siguiente. Obviamente, el rendimiento de la cartera óptima coincidirá con el de este activo.

3. Estimación de los rendimientos esperados

Los efectos que los errores en la estimación de la distribución de probabilidad de los rendimientos futuros de los activos pueden tener sobre la selección de cartera han preocupado a los economistas desde hace mucho tiempo[9]. Ya Markowitz (1952), en el artículo pionero que daría origen a su conocida teoría sobre el análisis de cartera, reconocía que para aplicar la regla de media-varianza se debe disponer de procedimientos para estimar las medias y las varianzas (y covarianzas) de los diferentes activos de forma razonable.

Por otro lado, en un importante artículo, Merton (1980) muestra que la matriz de covarianzas de los rendimientos puede ser estimada, a partir de las series temporales de rendimientos conocidos, de forma más fácil y precisa que los rendimientos esperados, ya que son más estables en el tiempo. Por ello, una gran parte de la literatura se ha centrado desde entonces en la estimación de las medias. Además, Best y Grauer (1991) encuentran una gran sensibilidad de la composición de la cartera óptima ante cambios en las medias de los activos individuales.

A continuación se describen las cuatro metodologías propuestas para estimar o predecir la distribución de probabilidad de los rendimientos de los activos.

3.1. Estimación muestral (EPAA)

Este método de estimación toma los rendimientos pasados de cada activo sin ningún tipo de corrección y supone que en el futuro su comportamiento será el mismo. Es decir, para establecer una estimación de los rendimientos de los activos en el momento t, se recogen sus rendimientos durante los S períodos anteriores, desde t-S hasta t-1. Cada una de estas S realizaciones conjuntas de rendimientos se supone que puede ocurrir en t con $1/S$ de probabilidad. Para el momento $t+1$, las S realizaciones pasadas que se recogen incluyen las de los momentos $t+1$-S hasta t, y así sucesivamente. Se establece, por tanto, un ajuste móvil para cada período.

Las medias y varianzas resultantes de estas estimaciones son las muestrales, por lo que esta metodología ha recibido el nombre de estimación muestral, o EPAA (Empirical Probability Assessment Approach). Así, el vector N-dimensional de las medias móviles de orden S en t estimadas resulta:

(9) Bawa, Brown y Klein (1979) y Alexander y Francis (1986) contienen excelentes descripciones del problema, desde sus orígenes.

$$\mu_{EPAAt} = (\bar{r}_{EPAA1t}, \ldots, \bar{r}_{EPAANt})' \qquad [3]$$

donde N es el número de activos en la muestra y

$$\bar{r}_{EPAAit} = \frac{1}{S} \sum_{\tau=t-S}^{t-1} r_{i\tau}$$

es la media móvil muestral del rendimiento del activo i en t, obtenida durante los S períodos anteriores.

La disponibilidad y sencillez de cálculo de esta estimación ha propiciado que fuera muy utilizada para predecir rendimientos futuros[10]. Sin embargo, este método puede llevar a estimaciones muy imprecisas de las distribuciones de probabilidad de los rendimientos.

Jorion (1985) señala que los efectos más importantes de estos errores de estimación sobre la cartera óptima son sus pobres resultados fuera de la muestra, la gran sensibilidad del vector de proporciones óptimas ante cambios en la estimación de los rendimientos esperados, y su extrema composición, con porcentajes de inversión muy altos en algún activo y muy cercanos a cero (incluso negativos si las ventas al descubierto están permitidas) en el resto.

El reconocimiento de estos problemas anima a buscar métodos de estimación alternativos, que corrijan los errores de estimación, como los que se describen a continuación.

3.2. Estimaciones ajustadas de Stein

Ya Stein (1955) reconoció que el estimador muestral de la media no minimiza el error cuadrático esperado. En esta línea, James y Stein (1961) sugirieron que se puede mejorar la eficiencia de la estimación de las medias utilizando la información de todas las series a la vez. Así, proponen estimadores que acercan las medias pasadas individuales hacia una "gran media". Ésta se verá mucho menos afectada por observaciones extremas que la de cada activo, de forma que el riesgo en la estimación puede ser estadísticamente reducido.

Los primeros trabajos que utilizan los estimadores de James-Stein aplicados al problema de selección de cartera son los de Jobson, Korkie y Ratti (1979), Jobson y Korkie (1981) y Jorion (1985). Sus resultados, basados en análisis de simulación y estudios de rendimientos de las carteras fuera de la muestra, sugieren que corrigiendo las medias de los activos por los errores de estimación, se pueden mejorar sustancialmente los resultados de la inversión.

Posteriormente estas ideas han sido desarrolladas desde el punto de vista bayesiano por Jorion (1986) y Frost y Savarino (1986). Estos modelos bayesianos se basan en el conocimiento *a priori* de que cuanto más se separe la estimación muestral de un parámetro para un activo respecto de la media para todos ellos, más probable es que aquélla haya sido estimada con error. Así, llevando la estima-

(10) Lakonishok, Shleifer y Vishny (1994), aunque sin tratar el tema explícitamente, hacen referencia al argumento de "no complicarse la vida" para justificar este tipo de simples extrapolaciones.

ción muestral individual hacia la media global, se reduce el error de estimación. El rendimiento esperado predicho se obtiene, por tanto, como una media ponderada del estimado con datos pasados para cada activo y el rendimiento medio para todos los activos.

En definitiva, esta línea de investigación sugiere que se puede mejorar la eficiencia de la estimación de las medias utilizando la información de todas las series a la vez, de tal manera que las medias pasadas se acerquen hacia una "gran media". Sobre esta idea surgieron dos propuestas alternativas: el estimador de James-Stein y el de Bayes-Stein.

3.2.1. James-Stein (JS)

Según este criterio de estimación se sustituye la serie de rendimientos originales, $r_{i\tau}$, por la serie ajustada, $r^{a}_{i\tau(JS)}$, de la forma siguiente:

$$r^{a}_{i\tau(JS)} = r_{i\tau} + (\bar{r}_{JSit} - \bar{r}_{EPAAit}) \qquad \forall i,\tau \qquad [4]$$

Este ajuste supone añadir a los rendimientos pasados originales la diferencia entre dos medias obtenidas durante el período de estimación. Por un lado, la media que establece la metodología de James-Stein para cada activo y para cada momento $t, \bar{r}_{JSit}$ (que se define a continuación en la ecuación [5]), y, por otro, la media muestral ya definida previamente, $\bar{r}_{EPAAit}$. A estos rendimientos ya ajustados se les considera también equiprobables ($1/S$) de ocurrir en el período siguiente.

Con este ajuste se modifica el vector de medias, dejando el resto de los momentos inalterados. El nuevo vector N-dimensional de medias de James-Stein, μ_{JSt}, se define como:

$$\mu_{JSt} = (1 - w_{JSt})\, \mu_{EPAAt} + w_{JSt}\, \bar{\bar{r}}_{JSt}\, l = (\bar{r}_{JS1t}, \ldots, \bar{r}_{JSNt})' \qquad [5]$$

donde $l = (1,\ldots,1)'$ es un vector N-dimensional de unos,

$$\bar{\bar{r}}_{JSt} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \bar{r}_{EPAAit}\text{, y}$$

$$w_{JSt} = Min\left[1, \frac{N-2}{[S\ (\mu_{EPAAt} - \bar{\bar{r}}_{JSt}\, l)'\, C_t^{-1} (\mu_{EPAAt} - \bar{\bar{r}}_{JSt}\, l)]}\right],$$

siendo C_t la matriz (NxN) de varianzas y covarianzas de los rendimientos de los activos obtenida durante los S meses de estimación y

$$\mu_{EPAAt} = (\bar{r}_{EPAA1t}, \ldots, \bar{r}_{EPAANt})'$$

es el vector de medias muestrales.

Debe notarse que este criterio, en la determinación del nuevo vector de medias μ_{JSt}, utiliza información de todos los rendimientos a la vez, mediante el término, $\bar{\bar{r}}_{JSt}$. Éste no es sino la media aritmética de los rendimientos medios pasados de todos los activos y es la "gran media" a que se ha venido haciendo referencia. La metodología de James-Stein ajusta de tal manera los rendimientos pasados de cada activo individual que reduce su media muestral hacia esta gran media, a través de un factor de reducción, w_{JSt}, que también se hace depender de esta gran media.

3.2.2. Bayes-Stein (BS)

Este método de estimación utiliza la información de todos los rendimientos a través de otra "gran media", $\bar{\bar{r}}_{BSt}$. Ésta no es más que la media de los rendimientos de la cartera de varianza mínima global generada por los datos pasados durante el período de estimación.

Análogamente al caso anterior, el nuevo vector de medias de Bayes-Stein, μ_{BSt}, se define:

$$\mu_{BSt} = (1 - w_{BSt})\, \mu_{EPAAt} + w_{BSt}\, \bar{\bar{r}}_{BSt}\, l = (\bar{\bar{r}}_{BS1t}, \dots, \bar{r}_{BSNt})' \qquad [6]$$

donde ahora la gran media es

$$\bar{\bar{r}}_{BSt} = \frac{(l'\, C_t^{-1} \mu_{EPAAt})}{(l' C_t^{-1} l)}$$

y el factor de reducción

$$w_{BSt} = \frac{\lambda_t}{(\lambda_t + S)},$$

siendo $l = (1,...,1)'$ el vector N-dimensional de unos, C_t la matriz (NxN) de varianzas y covarianzas de los rendimientos obtenida durante los S meses de estimación, μ_{EPAAt} el vector de medias muestrales y λ_t se define como

$$\lambda_t = \left[\frac{N+2}{[\mu_{EPAAt} - \bar{\bar{r}}_{BSt} l]'\, C_t^{-1} (\mu_{EPAAt} - \bar{\bar{r}}_{BSt}\, l)]} \right].$$

Los rendimientos originales se sustituyen por los ajustados de la forma siguiente:

$$r^a_{i\tau(BS)} = r_{i\tau} + (\bar{r}_{BSit} - \bar{r}_{EPAAit}) \quad \forall i,\tau \qquad [7]$$

Como en los casos anteriores, a estos rendimientos pasados ajustados se les considera equiprobables de ocurrir al período siguiente, haciendo que la media de esta serie ajustada sea la media de Bayes-Stein, μ_{BSit}, y sin afectar al resto de los momentos.

3.3. Estimación basada en el CAPM

Esta estimación ajusta los rendimientos de los activos de manera que su media se haga igual a la media que predice el modelo de equilibrio CAPM. Debe hacerse notar que este estimador restringe los rendimientos esperados a ser únicamente función del riesgo sistemático.

En concreto, el vector de medias, μ_{CAPMt}, se obtiene como:

$$\mu_{CAPMt} = r_{Lt} l + (\bar{r}_{Mt} - \bar{r}_{Lt})\beta_t = (\bar{r}_{CAPM1t}, \dots, \bar{r}_{CAPMNt})' \qquad ([8]$$

donde $l = (1,...,1)'$ es el vector N-dimensional de unos, r_{Lt} y r_{Mt} son el rendimiento del activo seguro y del mercado (EW),

$$\bar{r}_{Lt} = \frac{1}{S} \sum_{\tau=t-S}^{t-1} r_{L\tau} \text{ y } \bar{r}_{M\tau} = \frac{1}{S} \sum_{\tau=t-S}^{t-1} r_{M\tau}$$

son sus respectivas medias, y β_t es el vector de betas obtenido durante el período de estimación, desde t-S hasta t-1.

Como anteriormente, se sustituyen los rendimientos originales por los ajustados:

$$r^a_{i\tau(CAPM)} = r_{i\tau} + (\bar{r}_{\text{CAPMit}} - \bar{r}_{EPAAit}) \quad \forall i,\tau \qquad [9]$$

Adjudicando a cada distribución conjunta de estos rendimientos ajustados una probabilidad de ocurrir en el período siguiente de 1/S, la media de esta serie ajustada es la media de CAPM, μ_{CAPMit}, permaneciendo el resto de los momentos inalterados.

Cada uno de estos cuatro métodos de estimación genera, una vez introducidos los rendimientos ajustados, $r^a_{i\tau(G)}$, G $\in$ {EPAA, JS, BS, CAPM}, en el problema [2], una cartera óptima en cada período de elección.

4. Análisis de las carteras óptimas

En esta sección se analizan algunas características de las carteras elegidas en base a cada una de las anteriores metodologías de estimación. Así, se ilustran las diferencias respecto al número de activos que las forman, al peso que reciben cada uno de ellos y a los cambios que se producen mes a mes en tales carteras óptimas.

Respecto al número de activos, en el cuadro 1 puede apreciarse cómo las metodologías EPAA, JS y BS generan carteras muy similares, oscilando aquél entre tres y trece, siendo cinco y seis los que más se repiten. La metodología basada en el CAPM presenta un comportamiento muy diferente. Por un lado, durante cuarenta y tres meses se elige sólo un activo, que es precisamente el activo seguro. Además, en el resto de meses la cartera se encuentra mucho más diversificada. También en cuanto al número de veces que se invierte en el activo seguro se aprecian importantes diferencias entre las metodologías EPAA, JS y BS frente a la del CAPM.

Otro aspecto interesante que puede ser relevante para explicar ciertas diferencias entre las metodologías analizadas es el porcentaje de participación de cada activo en la cartera. Una forma de medir esta característica es a través de un índice que recoja el grado de concentración en cuanto al número de activos de cada cartera. A este respecto puede aplicarse el conocido índice de Hirschman-Herfindhal, definiéndolo de la siguiente forma:

$$H = \sum_{i=1}^{N} (w_i^*)^2 \qquad [10]$$

donde N es el número de activos disponibles para elegir y w_i^* es el porcentaje invertido en el activo i-ésimo.

Cuadro 1: COMPOSICIÓN DE LAS CARTERAS ÓPTIMAS

	EPAA	JS	BS	CAPM	PP
Uno	0	0	0	43	156
Dos	0	0	0	0	0
Tres	17	17	16	2	0
Cuatro	18	18	18	0	0
Cinco	30	29	26	0	0
Seis	25	27	27	0	0
Siete	21	20	18	0	0
Ocho	25	23	23	2	0
Nueve	9	11	12	1	0
Diez	6	5	8	0	0
Once	1	3	5	2	0
Doce	2	0	1	12	0
Trece	2	3	1	5	0
Catorce	0	0	1	9	0
Quince	0	0	0	11	0
Dieciséis	0	0	0	10	0
Diecisiete	0	0	0	4	0
Dieciocho	0	0	0	3	0
Diecinueve	0	0	0	4	0
Veinte	0	0	0	7	0
Veintiuno	0	0	0	2	0
>Veintiuno	0	0	0	39	0
Act. Seguro	18	18	23	90	0
% medio en Act. seguro	5,22	5,31	5,65	42,89	0
H	0,2806 (3,56)	0,2804 (3,57)	0,2744 (3,64)	0,4305 (2,32)	1,0 (1,0)

Número de meses en que la cartera óptima contiene un determinado número de activos y al activo seguro. En la última fila aparece el índice de Hirschman-Herfindhal, definido como:

$$H = \sum_{i=1}^{N} (w_i^*)^2 ,$$

siendo w_i^* el porcentaje invertido en el activo i-ésimo. Entre paréntesis aparece el número equivalente de este índice.

La última fila del cuadro 1 muestra la media para todo el período muestral del propio índice y, entre paréntesis, su número equivalente[11]. Se aprecia, de nuevo, que las metodologías EPAA, JS y BS presentan grados de concentración muy similares. Su evolución durante el período de estudio es también en los tres casos casi idéntica. Atendiendo al valor que toma el número equivalente, puede afirmarse que el nivel de concentración es bastante elevado, ya que éste toma el mismo valor que tomaría si las elecciones basadas en estas metodologías se repartieran imaginariamente en 3 activos y medio por igual, aproximadamente.

Cuando los rendimientos de los activos se ajustan en base a la metodología de CAPM, el grado de concentración es bastante superior. El motivo es el importante peso que tiene el activo seguro en estas carteras, a pesar de que se aprecia una mayor diversificación en cuanto al número de activos elegidos. Su grado de concentración es similar al que resultaría de elegir únicamente 2,32 activos con igual ponderación.

A continuación en el cuadro 2 se presenta un simple análisis descriptivo sobre las diferencias que presentan las ponderaciones óptimas elegidas por las cuatro metodologías de estimación, y de éstas con las correspondientes al caso de previsión perfecta. Para ello, se toman las ponderaciones óptimas para cada mes durante todo el período muestral y así se crea una serie formada por 10.608 (156x68 = 10.608) valores para cada metodología. Posteriormente, se calculan las diferencias entre las series correspondientes a cada par de metodologías. Sobre estas diferencias se obtienen una serie de características descriptivas tales como su media, la desviación típica, los coeficientes de asimetría y curtosis, los valores máximo y mínimo y, finalmente, los valores de los diferentes fractiles. Las diferencias correspondientes a cada columna son el resultado de restar a la serie que aparece en la primera fila la serie que aparece en la segunda[12].

A la vista del cuadro 2 puede afirmarse que las carteras cuyas diferencias forman las columnas primera, segunda y cuarta son muy similares. Estas carteras son precisamente las que se derivan de las metodologías EPAA, JS y BS. Las columnas correspondientes a las diferencias entre estas tres metodologías y la del CAPM, son también muy similares entre sí, como debería esperarse, aunque bastante diferentes a las de las columnas anteriores.

Aunque estas diferencias no sean en su mayor parte significativas, hablando en términos estrictamente estadísticos, sí pueden ayudar a entender algo más sobre las características, en cuanto a composición, de las carteras que se derivan de las diferentes metodologías de estimación de rendimientos esperados. Puede concluirse, en definitiva, que se confirma la similitud entre los criterios EPAA, JS

(11) El recíproco del valor del índice, que indica el número de activos que deberían haber sido elegidos con igual ponderación para que se obtuviera un grado de concentración como el del índice.

(12) Así, las cuatro primeras columnas corresponden a las diferencias EPAA - JS, EPAA - BS, EPAA - CAPM y EPAA - PP, respectivamente. Las tres columnas siguientes corresponden a las diferencias JS - BS, JS - CAPM y JS - PP, respectivamente. Las dos columnas siguientes recogen las diferencias BS - CAPM y BS - PP. Finalmente, la décima columna recoge la diferencia CAPM - PP.

Cuadro 2: DESCRIPCIÓN DE LAS DIFERENCIAS ENTRE CARTERAS

	EPAA				JS			BS		CAPM
	JS	BS	CAPM	PP	BS	CAPM	PP	CAPM	PP	PP
Media	7E-10	-2,4E-9	1,9E-9	-1,9E-9	-3,0E-9	1,2E-9	-2,5E-9	4,3E-9	5,0E-9	-3,8E-9
Desv. típic.	0,005	0,007	0,092	0,136	0,004	0,092	0,136	0,091	0,136	0,144
Asimetría	7,014	3,096	-3,933	-5,025	-1,805	-3,931	-5,027	-4,052	-5,082	-3,021
Curtosis	2.281,1	838,3	56,7	40,9	158,5	56,6	40,9	57,2	41,3	41,6
Máximo	0,299	0,299	0,647	0,949	0,077	0,638	0,949	0,610	0,955	1,0
Mínimo	-0,253	-0,253	-1,0	-1,0	-0,136	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0
Fractil 1%	-0,002	-0,015	-0,176	-1,0	-0,014	-0,176	-1,0	-0,176	-1,0	-1,0
5%	0	0	-0,056	0	0	-0,056	0	-0,056	0	0
10%	0	0	-0,025	0	0	-0,025	0	-0,025	0	0
25%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
90%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,029
95%	0	0	0,098	0,109	0	0,098	0,108	0,097	0,110	0,063
99%	0,000	0,014	0,308	0,334	0,013	0,309	0,334	0,304	0,335	0,177

Estadística descriptiva de las diferencias entre las series de ponderaciones óptimas correspondientes a cada metodología de estimación. Las diferencias se calculan restando a la serie de ponderaciones óptimas de la metodología que aparece en el primer encabezado la correspondiente al segundo.

y BS, mientras que la metodología basada en el modelo CAPM sí presenta importantes diferencias en cuanto a elección de cartera.

Otra característica que distingue a las diferentes elecciones de cartera es su mayor o menor estabilidad en el tiempo. Para analizar esto se buscó un estadístico que midiera los cambios mes a mes en la cartera óptima para cada activo. Agregando estos cambios para todos los activos y para todos los meses del período de estudio se puede obtener una idea precisa de las compras y/o ventas de activos que supone cada metodología de elección, y con ello una estimación de los costes de gestión. El estadístico que se utilizó fue el siguiente:

$$C = \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{i=1}^{N} | w^*_{it+1} - w^*_{it} | \qquad [11]$$

donde N es el número de activos disponibles para elegir ($N = 68$), w^*_{it} es la ponderación que recibe en la cartera óptima el activo i-ésimo en el período t, y T es el número de elecciones de cartera que se realizan. Dado que la primera elección no aporta ninguna diferencia entre las diferentes metodologías, al partir todas ellas de un vector N-dimensional de ceros, no se considera en el estadístico.

El cuadro 3 recoge los resultados de este estadístico correspondientes a las diferentes metodologías de elección y a cada uno de los períodos de mantenimiento de la inversión considerados. Para cada período de mantenimiento diferente del mensual se consideran dos casos. Por un lado, el caso en que la cartera no se modifica durante todo el período de mantenimiento, recogido en el panel A, y por otro, el caso de renovación mensual de la cartera, sea cual sea el período de mantenimiento de la inversión, recogido en el panel B. Lógicamente, la expresión del estadístico debe modificarse para recoger las peculiaridades de cada uno de estos casos. La columna de la derecha indica el valor máximo que puede tomar el estadístico en cada una de las circunstancias analizadas[13]. En el resto del cuadro el valor que aparece entre paréntesis indica el porcentaje de cambio que supone cada valor sobre el máximo correspondiente.

Los valores de las tres primeras columnas ilustran, una vez más, la similitud entre las metodologías EPAA, JS y BS. Las carteras formadas en base a ellas se modifican a lo largo del tiempo de forma muy parecida. Para el caso de revisión mensual de la cartera ésta se mueve como media un 14 ó un 15 por ciento cada mes. Cuando la elección se realiza en base a la metodología basada en el CAPM, las carteras resultantes muestran una mayor estabilidad en el tiempo. Para el mismo caso de antes, el porcentaje de cambio es sólo del 7,76 por ciento, lo que supone un descenso notable respecto de los valores anteriores. Estas diferencias se mantienen, en mayor o menor medida, para cualquier período de mantenimiento de la inversión considerado.

Los resultados de los tres cuadros anteriores muestran claramente cómo las metodologías de estimación EPAA, JS y BS llevan a elecciones muy parecidas entre sí, y muy diferentes, además, de las derivadas de la metodología del CAPM[14].

(13) En cada mes, el valor máximo que puede tomar el valor absoluto de las diferencias en las ponderaciones para todos los activos es el correspondiente a un cambio total de cartera y alcanza, por tanto, un valor de 2. Multiplicando este valor máximo para cada mes por el número de meses en que se modifica la cartera en cada caso se obtiene la última columna del cuadro. Así, en el caso de revisión mensual, el valor máximo es el resultado de multiplicar 2 por 155 meses. En el caso de mantenimiento de la inversión durante dos meses y elección mensual, el valor máximo resulta de multiplicar 2 por 154 meses, mientras que si la elección fuese cada dos meses el producto correspondiente sería 2 por 77. Para los demás casos el cálculo es similar.

(14) Dado que el criterio de elección de activos es independiente del método utilizado en la estimación de los rendimientos esperados, la explicación para tales resultados únicamente puede venir de las diferencias en los ajustes en los rendimientos pasados. Los ajustes correspondientes a las tres primeras metodologías (recogidos en las ecuaciones [4] y [7]), o bien son muy poco importantes cuantitativamente, o bien modifican a todos los activos en la misma dirección, de tal manera que la elección final no se vea afectada. Por el contrario, los ajustes de la ecuación [9], correspondientes a la metodología basada en el CAPM, deben ser cuantitativa o cualitativamente importantes.

Cuadro 3: MOVILIDAD DE LAS CARTERAS

PANEL A

	EPAA	JS	BS	CAPM	PP	Máximo
Uno	43,98 (14,19)	46,13 (14,88)	45,34 (14,63)	24,08 (7,76)	290 (93,55)	310
Dos	30,99 (20,12)	30,92 (20,08)	30,52 (19,82)	17,59 (11,42)	146 (94,81)	154
Tres	24,83 (24,34)	24,86 (24,37)	24,51 (24,03)	15,01 (14,71)	96 (94,12)	102
Cuatro	21,56 (28,36)	21,54 (28,34)	20,99 (27,62)	13,10 (17,24)	74 (97,37)	76
Seis	15,53 (31,06)	15,53 (31,06)	15,41 (30,81)	12,06 (24,11)	50 (1,0)	50
Doce	10,73 (44,69)	10,72 (44,69)	10,52 (43,84)	7,84 (32,68)	22 (91,67)	24

PANEL B

	EPAA	JS	BS	CAPM	PP	Máximo
Uno	43,98 (14,19)	46,13 (14,88)	45,34 (14,63)	24,08 (7,76)	290 (93,55)	310
Dos	61,89 (20,09)	63,87 (20,74)	62,68 (20,35)	37,11 (12,05)	290 (94,16)	308
Tres	75,34 (24,62)	76,91 (25,14)	75,55 (24,69)	47,52 (15,53)	294 (96,08)	306
Cuatro	83,83 (27,58)	85,09 (27,99)	83,42 (27,44)	57,26 (18,84)	290 (95,39)	304
Seis	98,98 (32,99)	99,35 (33,12)	97,76 (32,59)	73,92 (24,64)	296 (98,67)	300
Doce	128,41 (44,59)	127,51 (44,27)	127,18 (44,16)	102,59 (35,62)	276 (95,83)	288

El estadístico que se ha utilizado para medir el grado de estabilidad de las carteras óptimas es:

$$C = \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{i=1}^{N} | w^*_{it+1} - w^*_{it} | .$$

En el panel A las carteras se crean cada j meses y se mantienen durante los j meses siguientes, j = 1, 2, 3, 4, 6, 12. Por el contrario, en el panel B las carteras se crean todos los meses y se mantienen durante los j meses siguientes. Entre paréntesis aparece el porcentaje que el estadístico supone sobre el valor máximo que puede tomar.

5. Resultados empíricos

Recuérdese que el objetivo es comprobar si estas carteras, formadas únicamente en base a información pasada, obtienen rentabilidades en exceso, tanto a la finalización del mes en que se crearon, como cuando se mantienen durante dos o más meses. Si la respuesta fuera afirmativa, se podrían obtener rendimientos positivos aprovechando que el mercado no ha incorporado aún esa información. Sería, por tanto, un contraste indirecto de la eficiencia del mercado.

Se utilizan dos formas de medir los resultados de las carteras. Por un lado, en la subsección 5.1, se aplica el contraste t a las rentabilidades en exceso para comprobar si su media es o no significativamente diferente de cero. Por otro lado, en la subsección 5.2, se calculan las conocidas alfas de Jensen para los rendimientos de las carteras óptimas elegidas mensualmente.

5.1. Rentabilidades en exceso

La rentabilidad en exceso (residual) obtenida durante un mes para el activo i en el momento t, $\hat{r}^{(1)}_{it}$, se obtiene como:

$$\hat{r}^{(1)}_{it} = r_{it} - r^{e}_{it} \qquad \forall i, \quad \forall t \qquad [12]$$

donde r_{it} es la rentabilidad observada del activo i en el momento t y r^{e}_{it} es el rendimiento indicado por la relación del modelo cero-beta CAPM.

La relación del modelo cero-beta CAPM se estima como:

$$r^{e}_{it} = \hat{\gamma}_{0t} + \hat{\gamma}_{1t}\beta_{it} \qquad \forall i, \quad \forall t \qquad [13]$$

donde $\hat{\gamma}_{0t}$ es una estimación de la rentabilidad esperada de la cartera cero-beta (relativa al mercado) en el momento t, $\hat{\gamma}_{1t}$ es una estimación del premio al riesgo del mercado[15] en t y β_{it} es una estimación (por el método del Filtro de Kalman) del riesgo sistemático del activo i en t. En el apéndice se muestra la estimación del vector $(\hat{\gamma}_{0t}, \hat{\gamma}_{1t})$ para cada mes t.

Análogamente, la rentabilidad en exceso a los dos meses se obtiene como (y de igual manera para el resto de períodos de mantenimiento de cartera considerados):

$$\hat{r}^{(2)}_{it} = [(1+ r_{it})(1 + r_{it+1}) - 1] - [(1 + r^{e}_{it})(1 + r^{e}_{it+1}) - 1] \qquad \forall i, \forall t \qquad [14]$$

Para obtener la rentabilidad en exceso de cada cartera basta multiplicar la de cada activo que forme parte de la misma ($\hat{r}^{(j)}_{it}$) por la ponderación que en ella reciba (w^{*}_{it}):

(15) Como señala Rubio (1987), algunos autores han utilizado el modelo cero-beta CAPM con estimadores mínimo-cuadráticos. Respecto a la eficiencia de los estimadores, esto hace que el vector de perturbaciones aleatorias no sea proporcional a la matriz identidad, dado que las covarianzas contemporáneas entre los diferentes activos no son cero y las varianzas de dichos activos son diferentes. Además, debe ser corregida la inconsistencia de los estimadores producida por los errores en las variables cometidos.

$$\hat{r}_{ct}^{(j)} = \sum_{i=1}^{N} w_{it}^{*} \hat{r}_{it}^{(j)} \qquad j \in \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \qquad [15]$$

Para los casos de mantenimiento de la inversión durante más de un mes, $j \neq 1$, sólo deben considerarse los valores cada j meses, ya que en los meses intermedios no se elige cartera óptima. Así, para el caso de $j = 2$, los períodos t que aparecen en la ecuación anterior deben ser enero de 1980, marzo, mayo, etc., y de forma similar para el resto de períodos de mantenimiento considerados. Lógicamente, estas series de rendimientos en exceso son de diferente longitud para cada uno de ellos: 156 períodos para la revisión mensual, mientras que si la revisión es anual la serie alcanza sólo 13 períodos.

El cuadro 4 muestra las rentabilidades medias en exceso y el correspondiente estadístico t para los diferentes períodos de mantenimiento de la inversión y para los diferentes métodos de estimación. Los resultados de este cuadro pueden ser explotados en dos direcciones. Por un lado, se pueden apreciar las diferencias entre las cuatro metodologías de estimación, para los mismos períodos de mantenimiento. Esto permitiría apreciar la posible mejora en los rendimientos de las carteras óptimas cuando se corrige el riesgo de estimación. Por otro lado, se pueden analizar las diferencias, para el mismo método de estimación, entre los diferentes períodos de mantenimiento. Se estudiaría, así, la posibilidad de obtener rendimientos en exceso positivos aprovechando el posible retraso en la incorporación de la nueva información a los precios.

5.1.1. Comparación entre las diferentes metodologías de estimación

Puede apreciarse cómo los resultados para los métodos de estimación EPAA, JS y BS son muy similares. Los ajustes que realizan las estimaciones de JS y BS sobre la serie de rendimientos pasados parecen no tener efectos relevantes en la elección de cartera. Este sorprendente resultado está en línea con los encontrados por Grauer y Hakansson (1992) y Annaert (1995), donde no siempre los estimadores de JS y BS mejoran a las estimaciones muestrales[16].

Por otro lado, las medias de los rendimientos en exceso para los métodos EPAA, JS y BS son siempre positivas. Aunque éstas no son en su mayoría significativas al nivel habitual del 5 por ciento, alcanzan valores bastante cercanos al límite de significatividad, excepto para el caso de revisión anual de la cartera. La conclusión que se deriva de estos resultados es la siguiente. El inversor español que prediga los rendimientos futuros según estas tres metodologías y elija su cartera óptima basándose en el modelo dinámico de elección propuesto en la sección 2, puede obtener unas rentabilidades en exceso medias positivas.

Lógicamente, estos rendimientos en exceso, y sus estadísticos t, son en general muy inferiores a los correspondientes al caso de previsión perfecta (PP). Sin embargo, para los casos de seis y doce meses de mantenimiento, la diferencia disminuye o incluso se revierte. La explicación debe buscarse en la limitación que

(16) Este resultado contrasta notablemente con la evidencia mostrada en trabajos anteriores [Jorion (1991)]. La diferente metodología utilizada es el argumento que expresamente utilizan Grauer y Hakansson (1992) para la justificación de las diferencias en los resultados.

Cuadro 4: RENTABILIDAD EN EXCESO DE LAS CARTERAS ÓPTIMAS

	Uno	Dos	Tres	Cuatro	Seis	Doce
EPAA	0,737	1,476	2,860	2,739	5,872	7,488
	(1,85)	(1,72)	(2,06)	(1,61)	(1,93)	(0,93)
JS	0,671	1,495	2,876	2,770	5,888	7,499
	(1,71)	(1,74)	(2,07)	(1,63)	(1,94)	(0,93)
BS	0,724	1,615	2,964	2,960	6,019	7,675
	(1,87)	(1,90)	(2,16)	(1,75)	(2,01)	(1,00)
CAPM	-0,249	-0,425	-0,920	-0,673	-2,170	-5,243
	(-0,76)	(-0,57)	(-0,87)	(-0,35)	(-0,74)	(-0,97)
CAPM (β =1)	0,994	1,801	2,678	3,557	4,174	9,597
	(2,96)	(2,54)	(2,62)	(2,50)	(1,97)	(1,87)
PP	29,879	29,030	24,802	25,722	11,167	-20,102
	(22,79)	(8,46)	(3,89)	(3,81)	(1,02)	(-0,73)

Media de las rentabilidades en exceso para los diferentes métodos de estimación y para los diferentes períodos de mantenimiento de la inversión considerados. Entre paréntesis aparecen los estadísticos t para el contraste de que la media de la serie de rendimientos en exceso es cero.

supone mantener la cartera compuesta por el mismo activo durante seis o doce meses, cuando lo óptimo hubiera sido cambiarlo.

Es importante destacar que en este trabajo no se consideran los costes de transacción que supone la gestión de cartera. La consideración de tales costes puede debilitar en la práctica los altos valores que muestra el cuadro 4 (especialmente en las primeras columnas), ya que no reflejan lo que los inversores pueden realmente recibir como remuneración a su inversión. Además, tal y como muestra Constantinides (1986), en presencia de importantes costes de transacción los inversores pueden reducir drásticamente la frecuencia y el valor de sus intercambios. Ambos aspectos deberían ser considerados en un análisis como el presente. Sin embargo, el análisis de las carteras óptimas de la sección 4 no parece justificar una preocupación excesiva por el efecto de estos costes, ya que cuando la cartera se revisa mensualmente estas modificaciones afectan sólo a un 15 por ciento de la cartera como media en el período de estudio (y sólo a un 8 por ciento para el caso de la metodología basada en el CAPM). Por otro lado, en Martínez (1997), se analiza la creación de carteras recogiendo los costes de transacción disponibles, bajo una metodología muy similar y para el mismo período analizado en el presente trabajo[17]. El autor no encuentra grandes diferencias entre las carteras

(17) Las principales diferencias se refieren a una mayor diversidad de activos, un período de estimación inferior (3 años) y la consideración de una serie de especiales restricciones al problema de maximización. En cualquier caso, es razonable esperar un comportamiento similar en nuestra aplicación.

mensuales creadas considerando los costes de transacción o sin considerar, por lo que el efecto de tales costes sobre las rentabilidades de las carteras no parece especialmente relevante, aunque tampoco puede despreciarse[18].

El comportamiento de la metodología basada en el CAPM es claramente distinto. Los ajustes derivados de la consideración del riesgo sistemático pasado parecen ser muy importantes. Las medias de los rendimientos en exceso para cualquier período de mantenimiento son siempre negativas, aunque no significativas. Los activos cuyos rendimientos son ajustados al alza (por haber soportado durante el período previo de estimación un alto riesgo sistemático) formarán parte de la cartera óptima con mayor facilidad. Sin embargo, éstos parecen tener un mal comportamiento al período siguiente, cuando vence la inversión, y sucesivos[19]. Una explicación a estos malos resultados es la posible estimación sesgada de las betas, debido, entre otros motivos, a problemas de contratación asíncrona[20].

Para verificar la importancia que en los malos resultados tiene la consideración del riesgo, se consideró en la ecuación [8] el vector de betas como un vector de unos, para todos los períodos. De esta forma, ya no existe diferencia en cuanto al riesgo entre los diferentes activos y todos ellos se consideran igual de arriesgados que el mercado. Se efectuaron los ajustes correspondientes en las series de rendimientos originales y se aplicó la metodología de elección dinámica. Las rentabilidades en exceso de estas hipotéticas carteras aparecen en el cuadro 4 bajo el epígrafe CAPM ($\beta = 1$). Para cualquier período de mantenimiento de la inversión son siempre positivas, y, además, significativas (excepto para el caso en que la inversión se mantiene durante doce meses). Se ilustra así la influencia que tiene la consideración del riesgo en los malos resultados que la metodología CAPM muestra en el cuadro 4.

5.1.2. Comparación entre diferentes períodos de mantenimiento de la inversión

En esta subsección se analiza la posibilidad de obtener rendimientos en exceso positivos aprovechando el posible retraso por parte del mercado en incorporar

(18) Ball, Kothari y Shanken (1995) consideran un ajuste al alza de 1/8 de dólar en el precio de compra de todos los activos, como una aproximación del coste que supone comerciar con activos en EE.UU. Encuentran que la cartera formada por los 50 activos ganadores apenas reduce su rendimiento medio en un 2 por ciento durante los cinco años siguientes. Por el contrario, la cartera formada por los 50 activos perdedores reduce su rendimiento medio en un 25 por ciento. El efecto es pues muy asimétrico. Dado que nuestra metodología de elección de cartera tiende a seleccionar activos con buenos rendimientos pasados, si se pudiesen extrapolar estos resultados a nuestro país no se deberían esperar efectos importantes de los costes de transacción sobre los resultados del cuadro 4.

(19) Se obtuvieron las medias y betas pasadas de los activos elegidos por cada metodología de estimación. Las carteras elegidas en base a EPAA, JS y BS se centran en activos con muy buenos rendimientos pasados. Por el contrario, la elección basada en el CAPM se desvía en gran medida de los activos con buenos rendimientos pasados. Las diferencias en cuanto a las betas pasadas de los activos elegidos no son tan importantes.

(20) El autor agradece a uno de los evaluadores esta puntualización sobre la posible explicación a los malos resultados de la metodología de estimación basada en el CAPM.

la información pasada. Si esta incorporación fuera inmediata (mercados eficientes), el mantenimiento de la inversión durante dos o más meses supondría perder (crecientemente) la posibilidad de modificar la cartera elegida aprovechando la información aportada por los nuevos precios.

El cuadro 4 parece no confirmar la hipótesis anterior. La rentabilidad media en exceso obtenida al gestionar cada dos o más meses la cartera es, casi de forma perfecta, el resultado de componer la mensual, con niveles de significatividad muy similares (excepto en el caso de previsión perfecta ya comentado). Incluso si la cartera se mantiene durante tres meses los resultados superan a los de revisión mensual[21].

Este sorprendente resultado debe tener su origen, sin duda, en la metodología de elección utilizada en este trabajo. Esta elección se hace en base a los rendimientos (ajustados o no) obtenidos por los activos durante los seis años previos. Además, cada rendimiento pasado recibe la misma ponderación en la función [2] a maximizar. Ambos elementos determinan que la importancia concedida a los rendimientos del último mes sea limitada. Es decir, dada la decisión de inversión en el momento t, para elegir en $t+1$ sólo se añade la información de los rendimientos del período t, eliminándose la referente a los de t-72. Además, se le adjudica una pequeña ponderación de 1/72. Esto es únicamente lo que no se incorpora al elegir cada dos meses, ya que la elección en $t+2$ es la misma para el caso de gestión mensual o bimensual.

Además, al considerar un elevado número de activos disponibles para elegir, las diferencias entre sus rendimientos deben ser poco importantes, por lo que el cambio mes a mes de la cartera puede no ser significativamente más rentable que el mantenimiento de la misma durante dos o más meses[22]. Por otro lado, como se ha comentado anteriormente, los mayores costes de transacción que supone una revisión mensual hacen que, en la práctica, los valores encontrados para este caso deban ser ajustados a la baja en mayor cuantía que los correspondientes a revisiones más espaciadas.

Cuando la cartera se revisa anualmente sí se aprecia un claro descenso en la significatividad del estadístico t. Sin duda, el mantenimiento de la misma cartera durante doce meses es un comportamiento muy rígido que hace perder al inversor oportunidades rentables de inversión durante ese tiempo.

Por otro lado, es un hecho bien documentado en la literatura sobre estrategias contrarias de inversión [Ball y Kothari (1989), Jegadeesh y Titman (1993), Lakonishok, Shleifer y Vishny (1994), Ball, Kothari y Shanken (1995)] que los activos con buenos rendimientos en el pasado se convierten, después de un tiempo, en activos con malos rendimientos. Una posible explicación para los resultados del cuadro 4, es que durante los seis primeros meses no se haya producido

(21) Lo mismo ocurre, aunque en menor medida, si se mantiene la cartera seis meses. Este resultado no sigue la línea descendente que se preveía al observar la columna correspondiente a cuatro meses de mantenimiento.

(22) Véase el cuadro 3.

aún ese cambio de tendencia, y sí lo haya hecho a los doce meses. Para comprobar si los argumentos anteriores son aplicables al mercado español, se agruparon mensualmente todos los activos en siete carteras equiponderadas, atendiendo a sus rendimientos medios pasados durante el período de estimación. Así se crean C1, para los 10 activos de mayores rendimientos, C2 para los 10 siguientes, y así sucesivamente hasta C7, que incluye los ocho activos con menores rendimientos.

Los rendimientos medios en exceso de estas carteras, y sus estadísticos *t*, aparecen en el cuadro 5. Puede observarse cómo los activos de mayores rendimientos pasados, C1, presentan malos resultados ya desde el mes siguiente al de creación de la cartera. Por tanto, el cambio de tendencia en los rendimientos de los activos españoles se produce ya desde el mes siguiente al de consideración, y no a partir de los doce meses.

Por otro lado, los resultados negativos (aunque no significativamente diferentes de cero) de la cartera C1 contrastan con los obtenidos en el cuadro 4 para las metodologías EPAA, JS y BS. Sin embargo, hay tres consideraciones que pueden ayudar a entender tales diferencias. En primer lugar, la posibilidad de diferen-

Cuadro 5: RENTABILIDAD EN EXCESO DE LAS CARTERAS POR RENDIMIENTOS PASADOS

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
Uno	-0,096	-0,149	0,015	-0,007	-0,065	0,267	-0,251
	(-0,33)	(-0,64)	(0,07)	(-0,03)	(-0,28)	(1,10)	(-0,69)
Dos	-0,178	-0,434	0,286	-0,275	0,108	-0,118	-0,865
	(-0,26)	(-0,85)	(0,58)	(-0,67)	(0,23)	(-0,25)	(-1,20)
Tres	-0,018	-1,334	0,592	-0,999	0,128	0,501	-1,892
	(-0,01)	(-1,49)	(0,85)	(-1,42)	(0,19)	(0,58)	(-1,42)
Cuatro	-0,764	-0,683	0,461	-0,835	0,564	-0,267	-2,385
	(-0,48)	(-0,56)	(0,40)	(-1,14)	(0,50)	(-0,28)	(-1,39)
Seis	0,016	-3,437	0,679	0,125	-2,067	0,711	-3,900
	(0,01)	(-1,71)	(0,39)	(0,08)	(-1,68)	(0,35)	(-0,91)
Doce	-4,015	-8,182	0,442	2,357	0,706	0,651	6,377
	(-0,49)	(-1,22)	(0,09)	(0,53)	(0,14)	(0,11)	(0,34)

Media de las rentabilidades en exceso para los diferentes métodos de estimación y para los diferentes períodos de mantenimiento de la inversión considerados. Entre paréntesis aparecen los estadísticos *t* para el contraste de que la media de la serie de rendimientos en exceso es cero. Las carteras C1, C2, ... y C7 se constituyen en base a los rendimientos pasados de los activos. Así, la cartera C1 está formada por los diez activos de mejores rendimientos pasados, mientras que la cartera C7 está formada por los ocho activos de menores rendimientos pasados. Estas carteras se modifican cada mes.

cias respecto al número de activos, ya que en la cartera C1 se incluyen por definición 10 activos, mientras que la cartera óptima está formada por un número no predeterminado de activos (aunque rara vez supera los ocho). En segundo lugar, hay también diferencias en la ponderación que recibe cada activo en la cartera. Así, en C1 todos los activos reciben el mismo peso, mientras que en la cartera óptima la ponderación es el resultado fundamental del proceso de elección. Por último, y más importante, la consideración de una función de utilidad que incorpore un cierto grado de aversión al riesgo hace que el inversor genérico aquí analizado considere también aspectos relativos a la variabilidad de los rendimientos y no únicamente a su media.

5.2. El alfa de Jensen

Una medida alternativa para evaluar el rendimiento o la gestión de una cartera es el alfa de Jensen. Este coeficiente es el término constante de la regresión propuesta por Jensen (1968):

$$r_{ct} - r_{Lt} = \alpha_c + \beta_c (r_{Mt} - r_{Lt}) + \theta_{ct} \qquad [16]$$

siendo r_{ct} el rendimiento (no en exceso) de la cartera a evaluar, r_{Lt} el rendimiento del activo seguro, r_{Mt} el rendimiento del mercado EW y donde $E(\theta_{ct}) = 0$.

Cuando la revisión es mensual, el rendimiento de la cartera para cada metodología de estimación se obtiene como producto de los porcentajes óptimos a invertir en cada activo y del rendimiento de éstos. Para los casos en que la cartera se mantiene durante más de un período, en la regresión de Jensen deben considerarse los rendimientos compuestos correspondientes a cada período de mantenimiento, tanto de cada activo, como del activo seguro y del mercado.

El cuadro 6 muestra las alfas de Jensen medidas en términos porcentuales. Se confirman los principales resultados derivados del cuadro 4: las metodologías de estimación EPAA, JS y BS presentan resultados muy similares entre sí, y, a la vez, bastante diferentes de los correspondientes a la metodología basada en el CAPM.

Debe destacarse, sin embargo, la notable reducción que se aprecia en la significatividad de los valores respecto al cuadro 4. Dado que, tanto el alfa de Jensen como la media de los rendimientos en exceso, son metodologías creadas para evaluar la gestión de cartera ajustando por el riesgo, se esperarían resultados similares en cuanto a la significatividad. Sin embargo, las diferencias en el cálculo de cada una de ellas lleva a tales divergencias en significatividad.

6. Conclusiones

La forma más sencilla de estimar los parámetros de la distribución de probabilidad de los rendimientos esperados de cada activo es utilizar sólo datos sobre sus rendimientos pasados (estimación muestral). Sin embargo, este método genera unos importantes errores de estimación, cuyos efectos sobre la cartera óptima han sido profusamente destacados por la literatura.

Cuadro 6: ALFA DE JENSEN DE LAS CARTERAS ÓPTIMAS

	Uno	Dos	Tres	Cuatro	Seis	Doce
EPAA	0,118	0,382	0,940	0,818	2,639	3,371
	(0,25)	(0,41)	(0,58)	(0,45)	(0,93)	(0,65)
JS	0,044	0,400	0,953	0,853	2,645	3,373
	(0,10)	(0,43)	(0,59)	(0,47)	(0,93)	(0,65)
BS	0,066	0,431	0,955	0,913	2,496	3,017
	(0,15)	(0,48)	(0,60)	(0,50)	(0,89)	(0,62)
CAPM	-0,380	-0,650	-1,227	-1,132	-2,586	-11,345
	(-1,11)	(-0,88)	(-0,94)	(-0,60)	(-0,95)	(-2,25)
PP	38,413	39,890	38,328	40,660	39,990	36,973
	(24,01)	(11,50)	(6,51)	(6,56)	(4,66)	(2,66)

Las alfas de Jensen para cada cartera c se han obtenido de la regresión $r_{ct} - r_{Lt} = \alpha_c + \beta_c (r_{Mt} - r_{Lt}) + \theta_{ct}$, y aparecen en términos porcentuales. Entre paréntesis aparecen los estadísticos t de los coeficientes de la regresión anterior corregidos según White (1980) por la posible heteroscedasticidad.

En el presente trabajo se han comparado los resultados de la estimación muestral de las medias con dos aproximaciones que tratan de corregir su falta de eficiencia. La primera de ellas incorpora información sobre todas las series de rendimientos a la vez, dando lugar a los estimadores de James-Stein y de Bayes-Stein. La segunda aproximación estima la media de los rendimientos esperados en base a la predicción del modelo de equilibrio CAPM.

El análisis de estas carteras parece indicar que, usando datos españoles, la estrategia de inversión basada en la estimación muestral permite obtener rentabilidades en exceso positivas. Estas rentabilidades en exceso no son significativas en su mayoría, aunque sus estadísticos t alcanzan valores muy cercanos al límite de significatividad (excepto para el caso de revisión anual de la cartera). Debe añadirse, sin embargo, que los costes de gestionar activamente la cartera reducen en la práctica parte de esas posibles ganancias. Si se usan las estimaciones ajustadas de James-Stein y Bayes-Stein los resultados no sufren modificaciones significativas. De hecho, las carteras óptimas son muy similares. Por el contrario, los ajustes que establece la estimación del CAPM parecen tener una mayor importancia. Las rentabilidades en exceso obtenidas son siempre negativas (aunque, como antes, no significativas) para cualquier período de mantenimiento de la inversión. La elección de cartera basada en el riesgo sistemático soportado por los activos durante el período de estimación se muestra como no rentable.

Se puede concluir, por tanto, que de los tres métodos utilizados para eliminar el error de estimación, ninguno se muestra como claramente superior a la hora de permitir al inversor lograr mayores rentabilidades. Exigen unos mayores requerimientos de información pero que no se ven compensados con rentabilidades superiores. El corolario, a efectos prácticos, que puede obtenerse de estos resultados es que la simple estimación muestral [bajo el argumento de "no complicarse la vida" sugerido por Lakonishok et al. (1994)] resulta razonable para el período analizado en el mercado español de activos.

Estos resultados se mantienen incluso cuando la revisión de la cartera óptima no es mensual sino más espaciada. Esto permite afirmar que, aparentemente, la limitación que supone bajo mercados eficientes el no modificar mes a mes la cartera apenas tiene relevancia para el inversor español durante el período 1980-1992. La información relevante para el mercado se va incorporando poco a poco, de tal manera que la eficiencia del mercado de valores español queda, en este sentido, en entredicho. Sin embargo, las peculiaridades de la metodología de elección (con largos períodos de estimación y equiponderación para todos los rendimientos pasados) y la posible influencia diferencial de los costes de transacción para cada período de mantenimiento debilitan las aparentes conclusiones sobre la ineficiencia del mercado español de valores. Además, esta argumentación no se mantiene para el caso de la metodología basada en el CAPM, ya que sus carteras muestran rendimientos en exceso negativos, aunque no significativos.

APÉNDICE: ESTIMACIÓN DEL MODELO CERO-BETA CAPM

Para estimar el vector $(\hat{\gamma}_{0t}, \hat{\gamma}_{1t})$ para cada mes t, se obtiene el vector de betas de las diez carteras de activos creadas por tamaño *(size1, size2, ... , size10)*. Para ello, se regresan, mediante el Filtro de Kalman, sus rendimientos en una constante y en el mercado:

$$size i_t = \alpha_{it} + \beta_{it} r_{Mt} + \in_{it} \qquad i = 1, 2, ..., 10 \qquad [A1]$$

De esta manera, se puede crear, para cada mes, la matriz $\hat{X}_t$, que se define como:

$$\hat{X}_t = \begin{bmatrix} 1 & \hat{\beta}_{1t} \\ 1 & \hat{\beta}_{2t} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \hat{\beta}_{10t} \end{bmatrix}$$

Esta matriz se utiliza como regresor en la regresión de sección cruzada para cada mes:

$$\begin{bmatrix} size1_t \\ size2_t \\ \vdots \\ size10_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \hat{\beta}_{1t} \\ 1 & \hat{\beta}_{2t} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \hat{\beta}_{10t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{0t} \\ \gamma_{1t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_{1t} \\ \eta_{2t} \\ \vdots \\ \eta_{10t} \end{bmatrix} \qquad [A2]$$

La regresión anterior presenta un problema de errores en variable al utilizar como regresores las estimaciones $\hat{X}_t$, obtenidas previamente . Este problema no se resuelve totalmente con la agregación de datos en las carteras por tamaño. Siguiendo el trabajo de Shanken (1982), la estimación MCG de los coeficientes puede corregirse de la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} \hat{\gamma}_{0t} \\ \hat{\gamma}_{1t} \end{bmatrix} = \hat{\Gamma}_t = \{ \hat{X}_t' \hat{\sum}_t^{-1} \hat{X}_t - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & g_t \end{bmatrix} \}^{-1} \hat{X}_t' \hat{\sum}_t^{-1} R_t \qquad [A3]$$

donde $\hat{\sum}_t$ es un estimador insesgado de la matriz de covarianzas de los errores de las regresiones [A1], que se obtiene como

$$\hat{\sum}_t = \frac{\in' \in}{T - (K + 1)} .$$

Por otro lado, g_t es una estimación de la varianza del error de estimación en las betas obtenida como

$$g_t = \frac{V[N(T\text{-}K\text{-}1)]}{(T\text{-}N\text{-}K\text{-}2)} ,$$

siendo $N = 10$ el número de carteras, $K = 1$ el número de regresores,

$$V = [\sum_{t=1}^{T} (r_{Mt} - \bar{r}_{Mt})^2]^{-1}$$

y T el número de observaciones que se utiliza en cada regresión (este valor, al utilizar la metodología del Filtro de Kalman, va aumentando una unidad en cada estimación, empezando por un valor de sesenta).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alexander, G. y Francis, J. (1986): "Portfolio Analysis", *Third Edition. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.*

Allen, A. y Zocco, D. (1993): "The Impact of Estimation Risk Methodologies on the Performance of Global Portfolios", *Journal of Multinational Financial Management* 3, págs. 31-45.

Annaert, J. (1995): "Estimation Risk and International Bond Portfolio Selection", *Journal of Multinational Financial Management* 5, págs. 47-71.

Ball, R. y Kothari, S. (1989): "Nonestationary Expected Returns. Implications for Test of Market Efficiency and Serial Correlation in Retuns", *Journal of Financial Economics* 25, págs. 51-74.

Ball, R., Kothari, S. y Shanken, J. (1995): "Problems in Measuring Porfolio Performance: An Application to Contrarian Investment Strategies", *Journal of Financial Economics* 3, págs. 79-107.

Barry, C. y Brown, S.(1985): "Differencial Information and Security Market Equilibrium", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 20, págs. 407-422.

Bawa, V., Brown, S. y Klein, R. (1979): "Estimation Risk and Optimal Portfolio Choice", *Amsterdam: North-Holland.*

Best, M. (1975): "A Feasible Conjugate Direction Method to Solve Linearly Constrained Optimization Problems", *Journal of Optimization Theory and Applications* 16, págs. 25-38.

Best, M. y Grauer, R. (1991): "On the Sensitivity of Mean-Variance-Efficient Portfolios to Changes in Asset Means: Some Analytical and Computational Results", *Review of Financial Studies* 4, págs. 315-342.

Brown, D. y Gibbons, M. (1985): "A Simple Econometric Approach for Utility-Based Asset Pricing Models", *Journal of Finance* 40, págs. 359-381.

Clarkson, P., Guedes, J. y Thompson, R. (1996): "On the Diversification, Observability and Measurement of Estimation Risk", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 31, págs. 69-84.

Coles, J., Loewenstein, U. y Suay, J. (1995): "On Equilibrium Pricing under Parameter Uncertainty", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 30, págs. 347-364.

Constantinides, G. (1986): "Capital Market Equilibrium with Transaction Costs", *Journal of Political Economy* 74, págs. 842-862.

Frost, P. y Savarino, J. (1986): "An Empirical Bayes Approach to Efficient Portfolio Selection". *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 21, págs. 293-305.

Grauer, R. and Hakansson, N. (1986): "A Half Century of Returns on Levered and Unlevered Portfolios of Stocks, Bonds and Bills, with and Without Small Stocks", *The Journal of Business* 59,págs. 287-318.

Grauer, R. y Hakansson, N. (1992): "Stein and CAPM Estimators of the Means in Asset Allocation: A Case of Mixed Success", *Mimeo.*

Hakansson, N. (1974): "Convergence to Isoelastic Utility and Policy in Multiperiod Portfolio Choice", *Journal of Financial Economics* 1, págs. 201-224.

James, W. y Stein, C. (1961): "Estimation with Quadratic Loss", *Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Probability and Statistics I.* Berkeley: University of California Press, págs. 361-379.

Jegadeesh, N. y Titman, S. (1993): "Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stocks Market Efficiency ", *The Journal of Finance* 48, págs. 65-91.

Jensen, M. (1968): "The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964",*The Journal of Finance* 3, págs. 389-416.

Jobson, J., Korkie, B. y Ratti, V. (1979): "Improved Estimation for Markowitz Portfolios using James-Stein Type Estimators", *Proceedings of the American Statistical Association,* Business and Economics Statistics Section 41, págs. 279-284.

Jobson, J. y Korkie, B. (1981): "Putting Markowitz Theory to Work", *Journal of Portfolio Management* 7, págs. 70-74.

Jorion, P. (1985): "International Portfolio Diversification with Estimation Risk", *Journal of Business* 58, págs. 259-278.

Jorion, P. (1986): "Bayes-Stein Estimation for Portfolio Analysis", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 21, págs. 279-292.

Jorion, P. (1991): "Bayesian and CAPM Estimators of the Means: Implications for Portfolio Selection", *Journal of Banking and Finance* 15, págs. 717-727.

Lakonishok, J., Shleifer, A. y Vishny, R. (1994): "Contrarian Investment, Extrapolation, and Risk", *The Journal of Finance* 49, págs. 1541-1578.

Lance, S. y Hayes, D. (1994): "Parameter-based Decision Making under Estimation Risk: An Application to Futures Trading", *The Journal of Finance* 49, págs. 345-357.

Markowitz, H. (1952): "Portfolio Selection", *Journal of Finance* 6, págs. 77-91.

Martínez, M. (1997): "Legal Constraints, Transactions Costs and the Evaluation of Mutual Funds", Workshop in Finance, Segovia.

Merton, R. (1980): "On Estimating the Expected Return on the Market. An Exploratory Investigation", *Journal of Financial Economics* 8, págs. 323-361.

Mossin, J. (1968): "Optimal Multiperiod Policies", *Journal of Business* 41, págs. 215-229.

Rubio, G. (1987): "El Contenido Informativo de los Derechos de Suscripción e Información Asimétrica en los Mercados Primarios", *Investigaciones Económicas* 2, págs. 219-242.

Rubinstein, M. (1976): "The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options", *Bell Journal of Economics* 7, págs. 407-425.

Shanken, J. (1982): "An Anlaysis of the Traditional Risk-Return Model", Disertación doctoral no publicada. *Graduate School of Business,* Carnegie-Mellon University.

Stein, C. (1955): "Inadmissibility of the Usual Estimator for the Mean of a Multivariate Normal Distribution", *Proceedings of the 3rd Berkeley Symposium on Probability and Statistics I.* Berkeley: University of California Press, págs. 197-206.

White, H. (1980): " A Heterocedasticity-consistent Covariance Estimator and a Direct Test for Heterocedasticity", *Econometrica* 48, págs. 817-839.

Fecha de recepción del original: octubre, 1997
Versión final: septiembre, 1998

ABSTRACT

This paper compares the excess of return of the dynamic investment model for four classes of estimators of the mean returns (the simple historic or sample estimator, the James-Stein estimator, the Bayes-Stein estimator and a CAPM based estimator) in the Spanish asset market. The sample estimator is clearly affected by estimation error. The three other estimators are the principal methods have been used to deal with estimation risk in the means, and we conclude that none of them significantly outperform the sample estimator. Furthermore to that, monthly portfolio rebalancing does not seem to be significantly better than more passive strategies.

Keywords: expected return estimation, risk estimation, portfolio management.